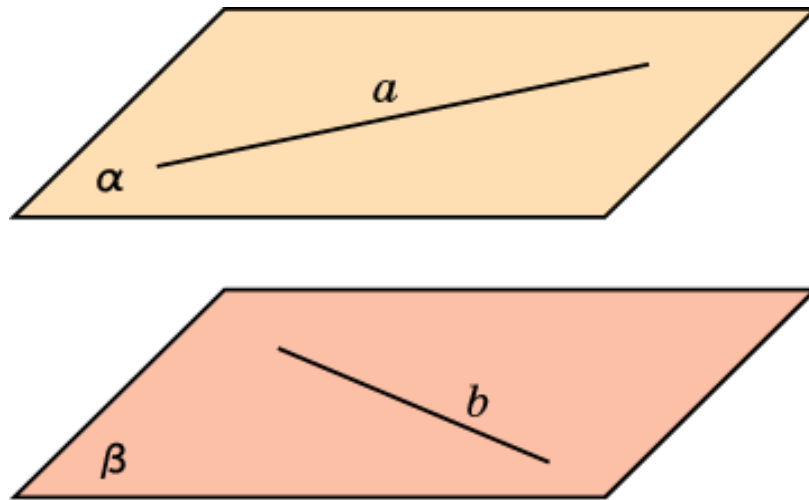
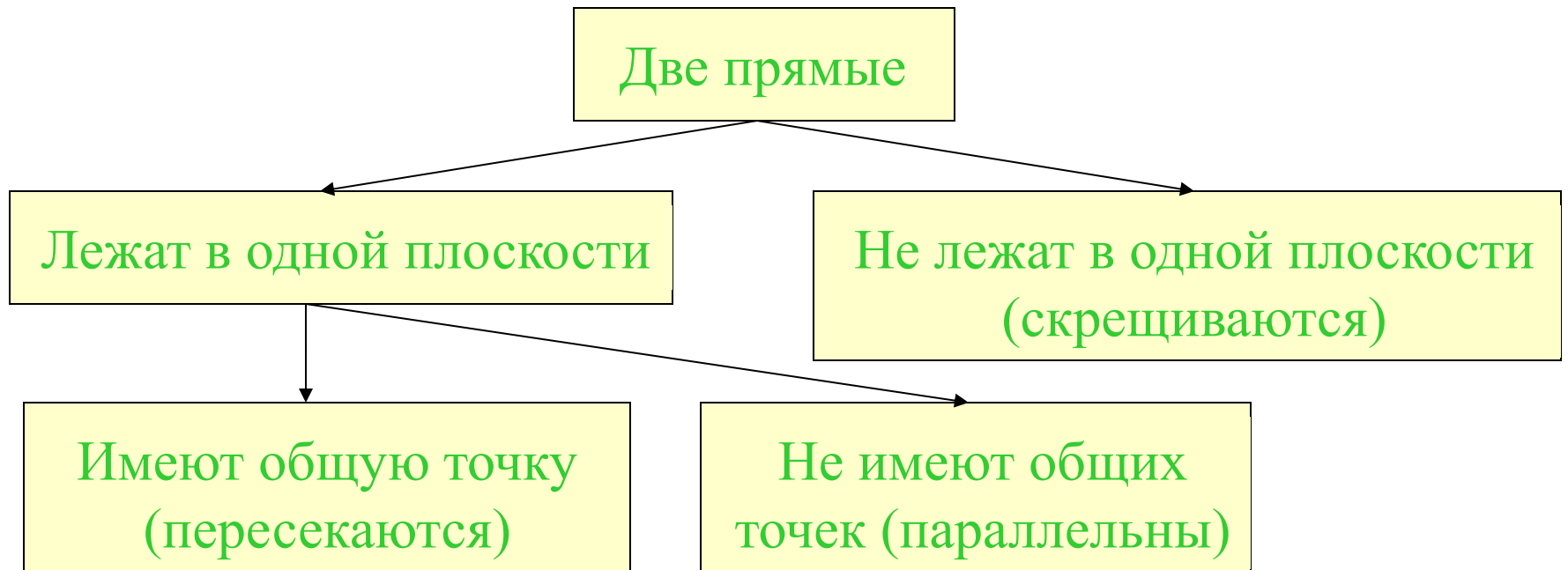


СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ

Определение. Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

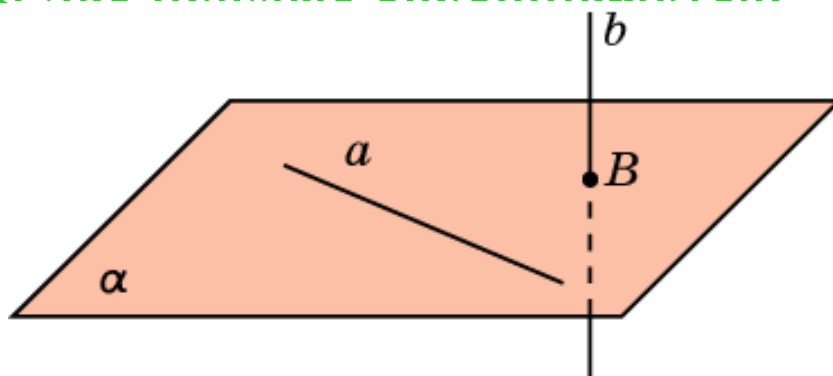


ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ



ПРИЗНАК СКРЕЩИВАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ

Если одна прямая лежит в данной плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей первой прямой, то эти две прямые скрещиваются.



Доказательство. Пусть прямая a лежит в плоскости α , а прямая b пересекает плоскость в точке B , не принадлежащей прямой a . Если бы прямые a и b лежали в одной плоскости, то в этой плоскости лежала бы и точка B . Поскольку через прямую и точку вне этой прямой проходит единственная плоскость, то этой плоскостью должна быть плоскость α . Но тогда прямая b лежала бы в плоскости α , что противоречит условию. Следовательно, прямые a и b не лежат в одной плоскости, т.е. скрещиваются.

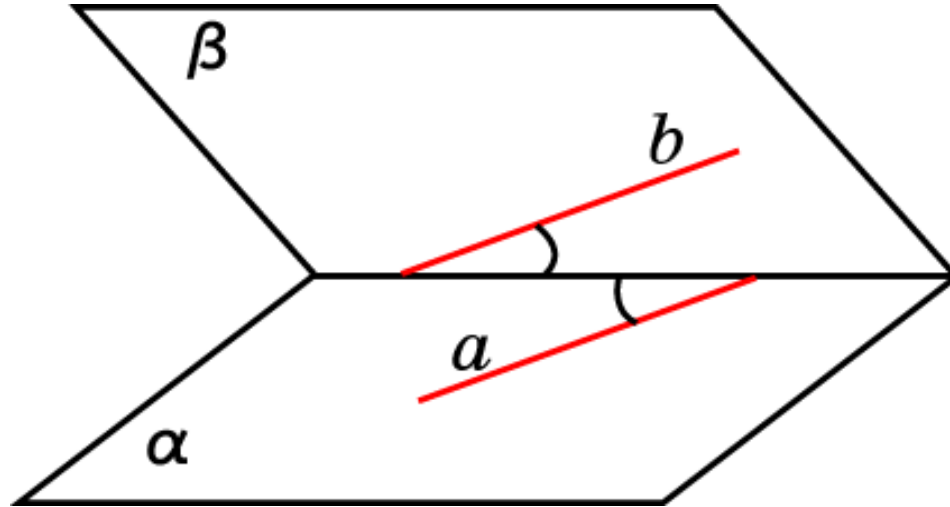
Упражнение 1

Всегда ли две не пересекающиеся прямые в пространстве параллельны?

Ответ: Нет.

Упражнение 2

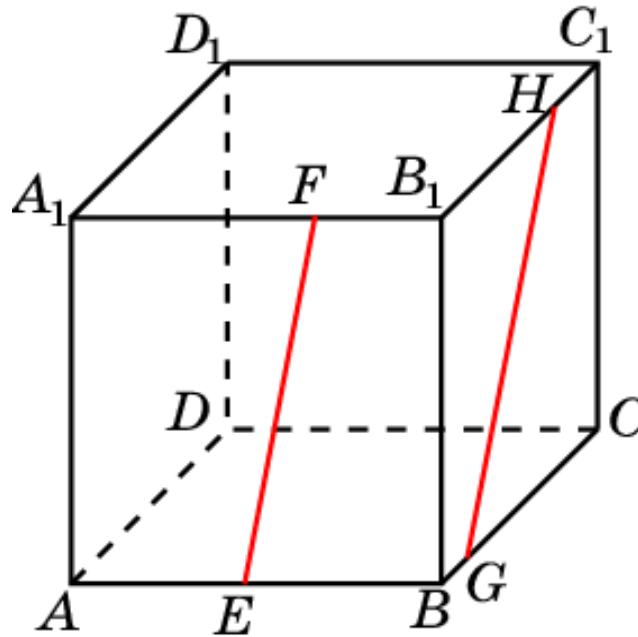
Как расположены в пространстве прямые a и b , проведенные в плоскостях α и β ?



Ответ: Скрещиваются.

Упражнение 3

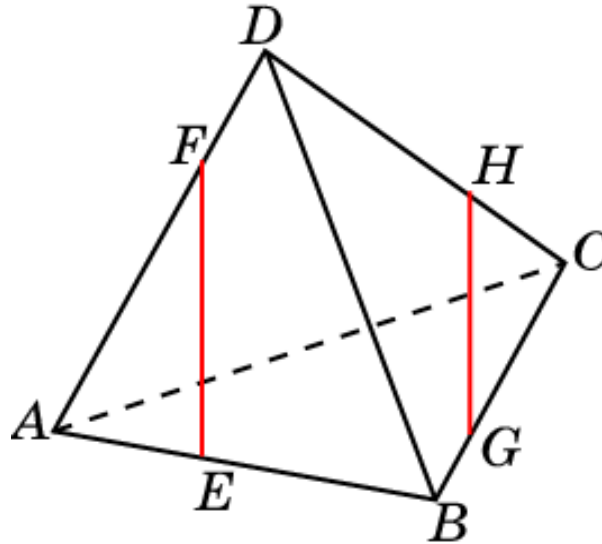
Как в пространстве расположены прямые EF и GH , проведенные в плоскостях граней куба $A...D_1$?



Ответ: Скрещиваются.

Упражнение 4

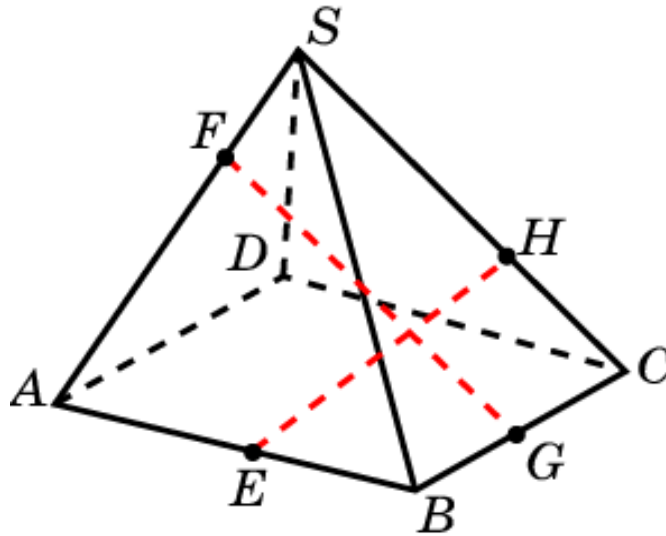
Как в пространстве расположены прямые EF и GH , проведенные в плоскостях граней тетраэдра?



Ответ: **Скрещиваются.**

Упражнение 5

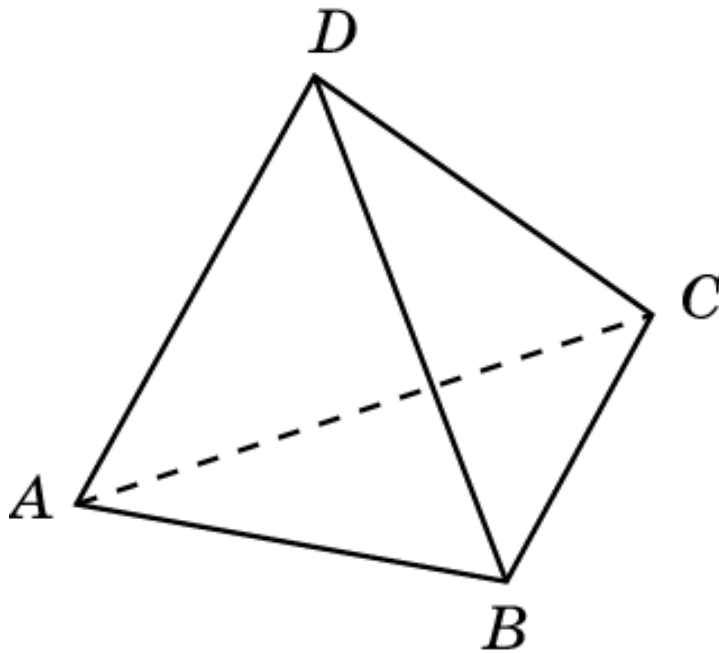
Как в пространстве расположены прямые EH и FG ?



Ответ: **Скрещиваются.**

Упражнение 6

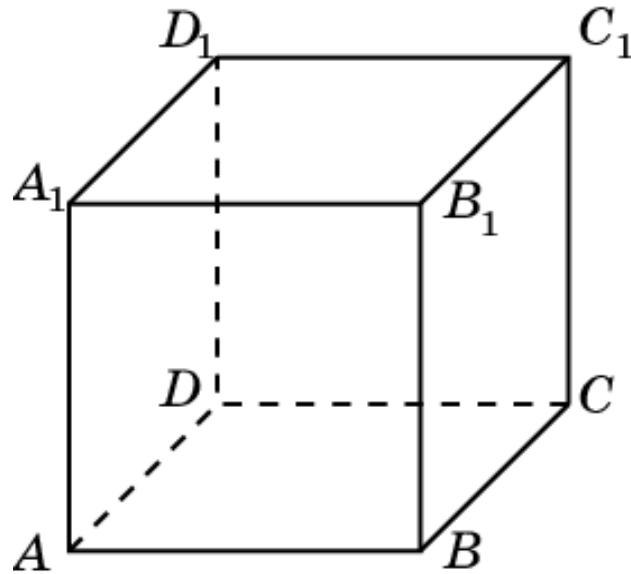
В тетраэдре $ABCD$ укажите пары скрещивающихся ребер.



Ответ: AB и CD ; BC и AD ; AC и BD .

Упражнение 7

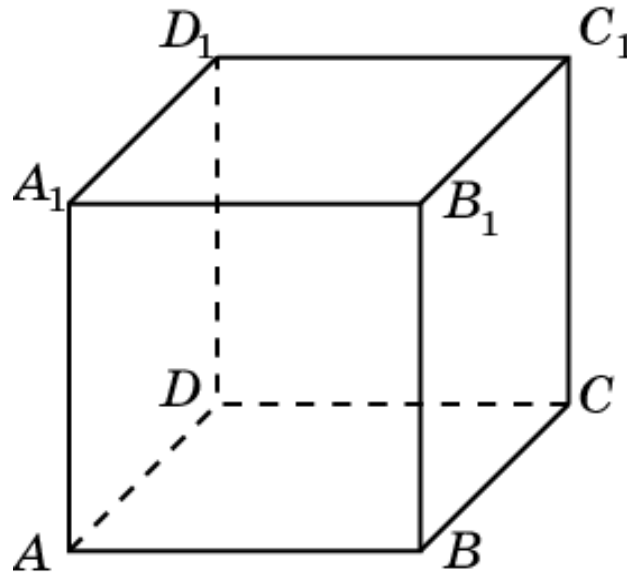
Дан куб $A...D_1$. Назовите прямые, проходящие через вершины этого куба и скрещивающиеся с прямой AB .



Ответ: A_1D_1 ; B_1C_1 ; DD_1 ; CC_1 .

Упражнение 8

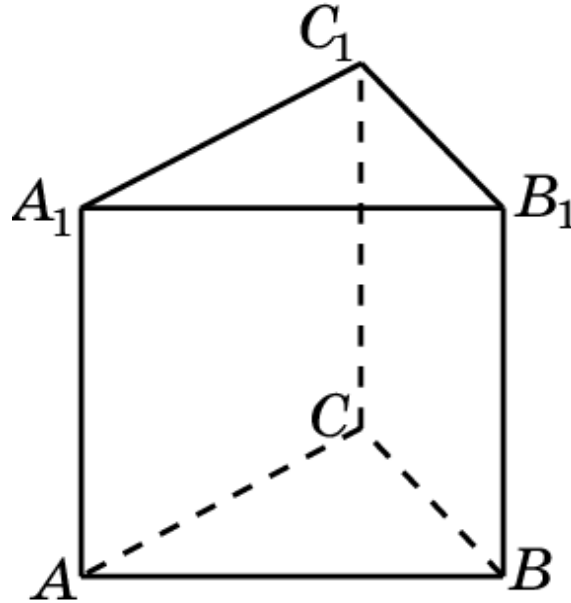
Сколько имеется пар скрещивающихся прямых, содержащих ребра куба $A...D_1$?



Решение: Каждое ребро участвует в четырех парах скрещивающихся прямых. У куба имеется 12 ребер. Следовательно, искомое число пар параллельных прямых равно $\frac{12 \cdot 4}{2} = 24$.

Упражнение 9

Сколько имеется пар скрещивающихся прямых, содержащих ребра правильной треугольной призмы?

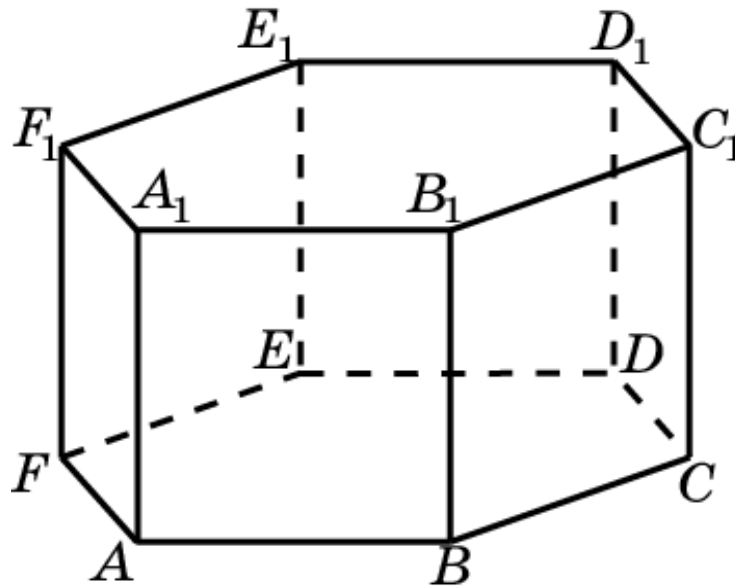


Решение: Для каждого ребра оснований имеется три ребра, с ним скрещивающихся. Для каждого бокового ребра имеется два ребра, с ним скрещивающихся. Следовательно, искомое число пар скрещивающихся прямых равно $\frac{6 \cdot 3}{2} + \frac{3 \cdot 2}{2} = 12$.

Ответ: $\frac{6 \cdot 3}{2} + \frac{3 \cdot 2}{2} = 12$.

Упражнение 10

Сколько имеется пар скрещивающихся прямых, содержащих ребра правильной шестиугольной призмы?

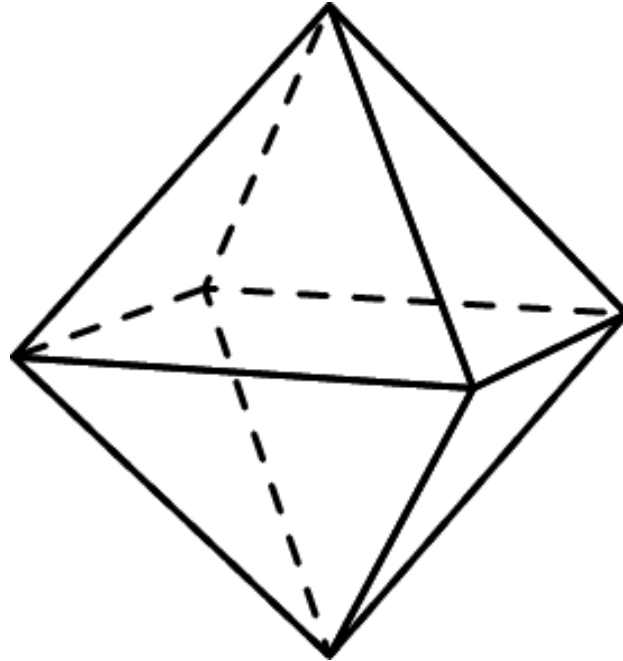


Решение: Каждое ребро оснований участвует в 8 парах скрещивающихся прямых. Каждое боковое ребро участвует в 8 парах скрещивающихся прямых. Следовательно, искомое число пар скрещивающихся прямых равно $\frac{12 \cdot 8}{2} + \frac{6 \cdot 8}{2} = 72$.

Ответ: $\frac{12 \cdot 8}{2} + \frac{6 \cdot 8}{2} = 72$.

Упражнение 11

Сколько имеется пар скрещивающихся прямых, содержащих ребра октаэдра?

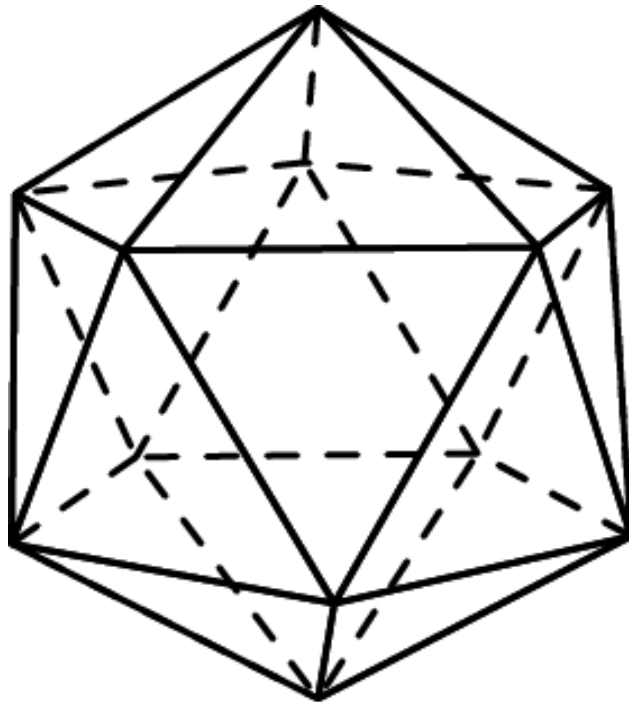


Решение: Для каждого ребра имеется четыре ребра, с ним скрещивающихся. У октаэдра 12 ребер.

Следовательно, искомое число пар скрещивающихся прямых равно $\frac{12 \cdot 4}{2} = 24$.

Упражнение 12

Сколько имеется пар скрещивающихся прямых, содержащих ребра икосаэдра?

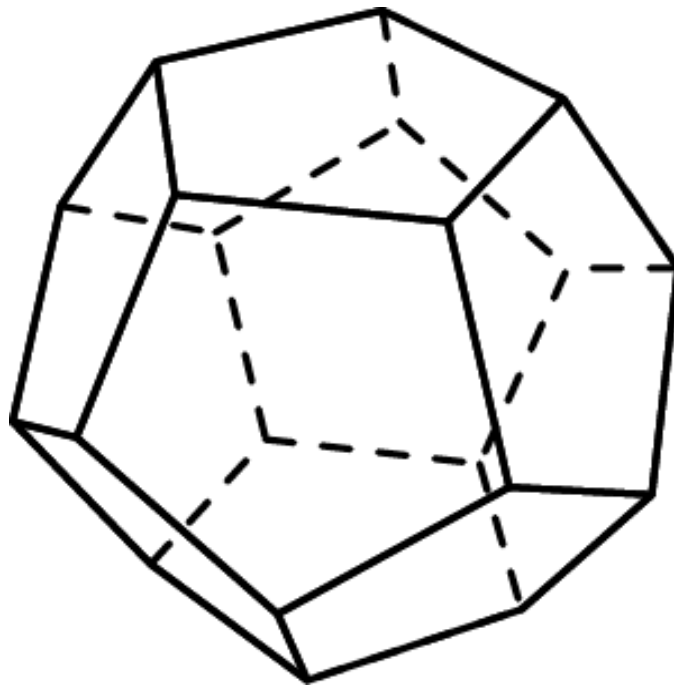


Решение: Для каждого ребра имеется 20 ребер, с ним скрещивающихся. У икосаэдра 30 ребер.

Следовательно, искомое число пар скрещивающихся прямых равно $\frac{30 \cdot 20}{2} = 300$.

Упражнение 13

Сколько имеется пар скрещивающихся прямых, содержащих ребра додекаэдра?



Решение: Для каждого ребра имеется 24 ребра, с ним скрещивающихся. У додекаэдра 30 ребер.

Следовательно, искомое число пар скрещивающихся прямых равно $\frac{30 \cdot 24}{2} = 360$.

Карандаши

Возможно ли такое расположение карандашей?

