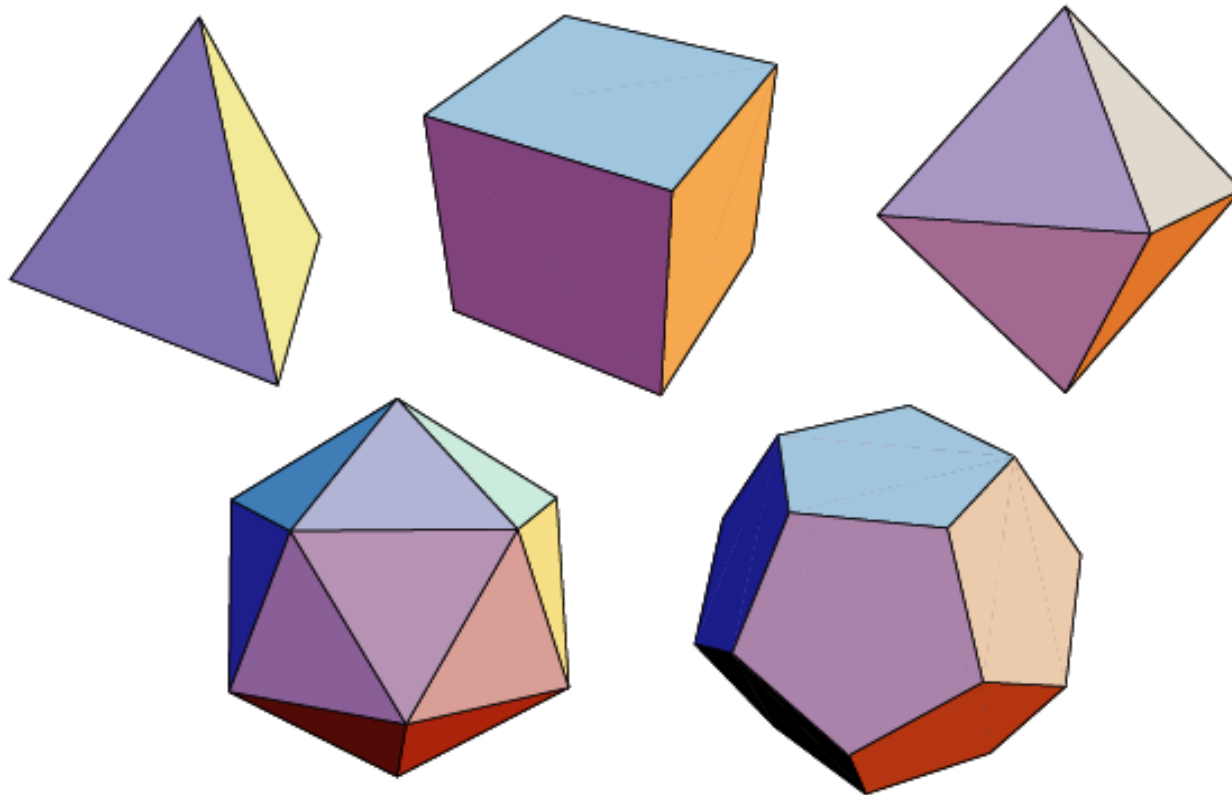


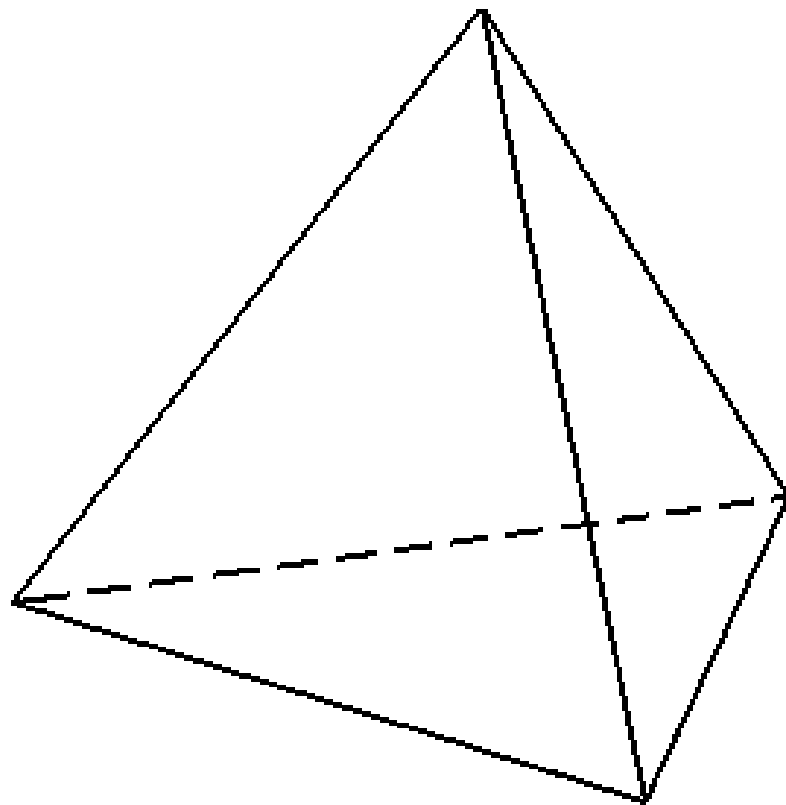
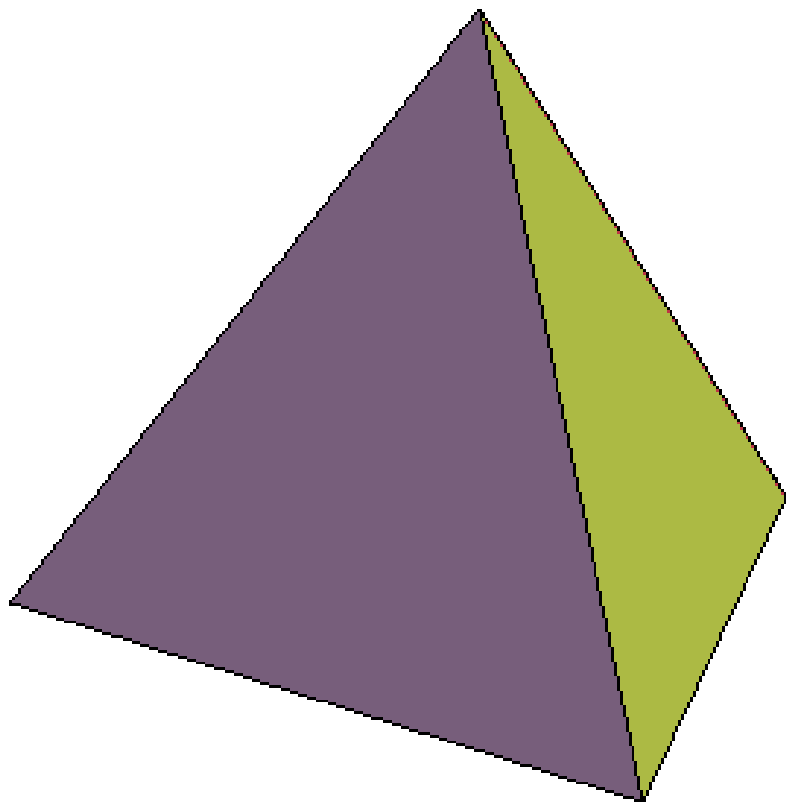
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Выпуклый многогранник называется **правильным**, если его гранями являются равные правильные многоугольники и в каждой вершине сходится одинаковое число граней.



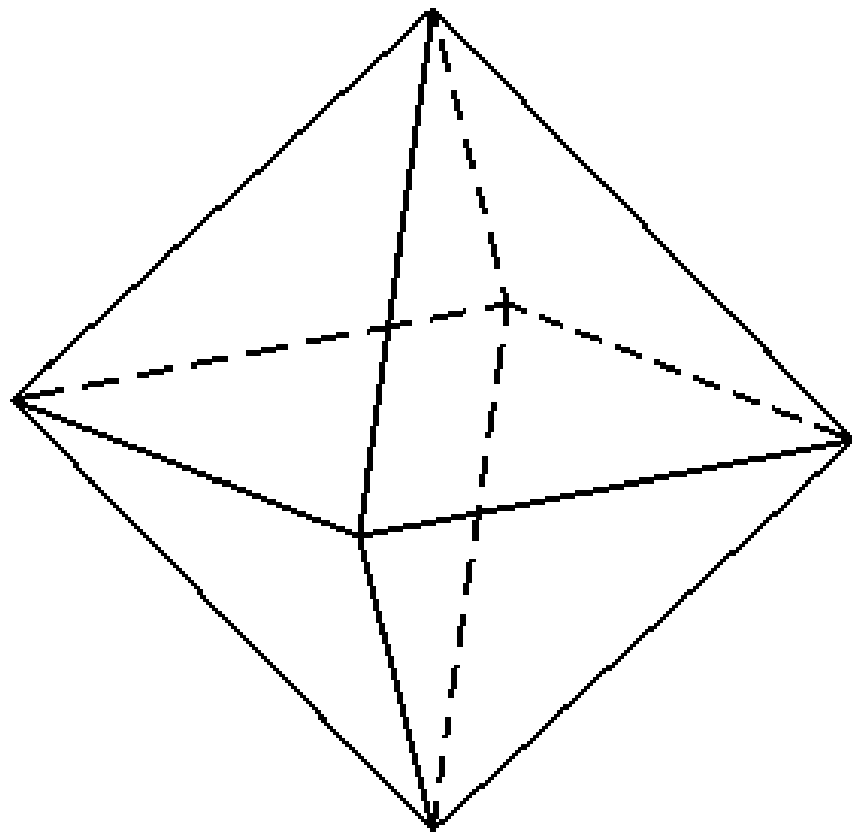
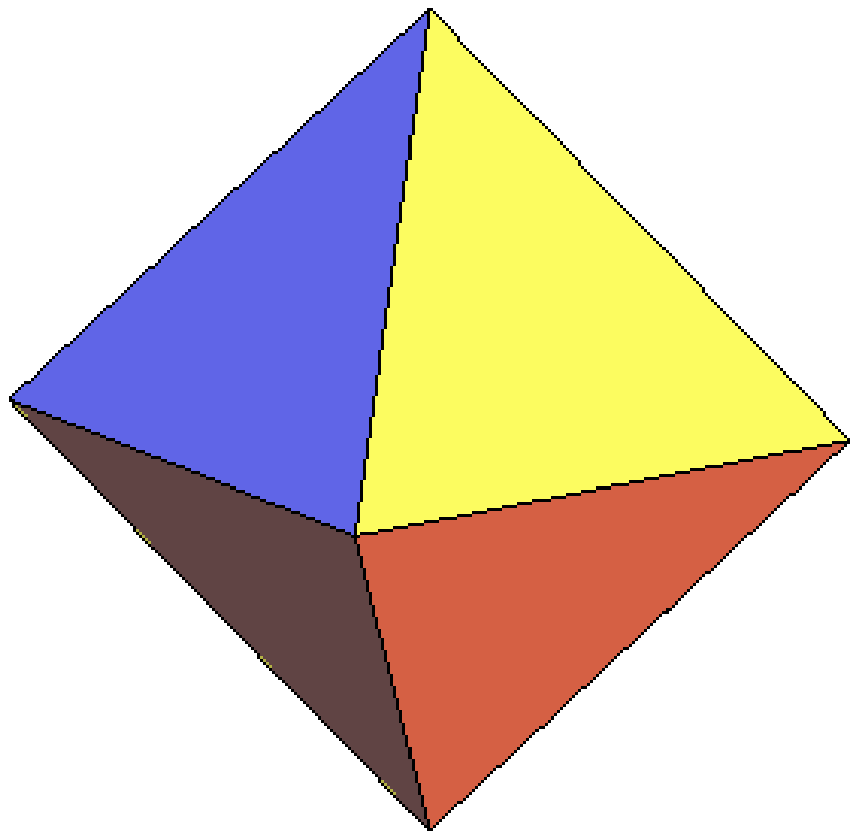
ТЕТРАЭДР

Наиболее простым правильным многогранником является треугольная пирамида, грани которой правильные треугольники. В каждой ее вершине сходится по три грани. Имея всего четыре грани, этот многогранник называется также **тетраэдром**, что в переводе с греческого языка означает четырехгранник.



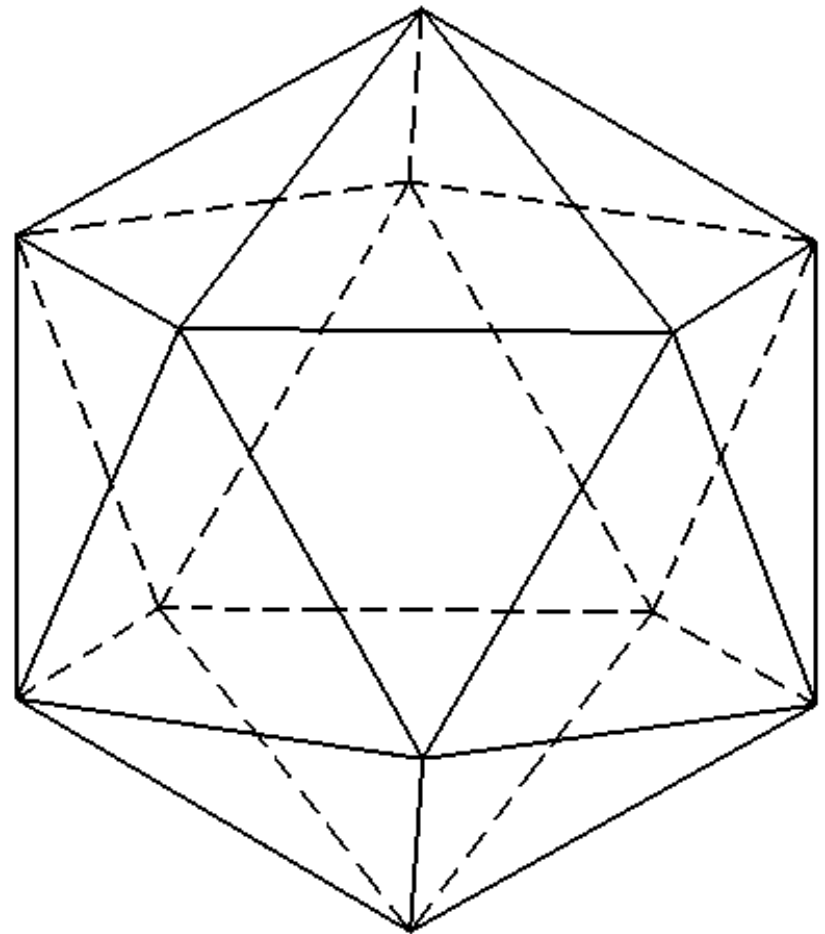
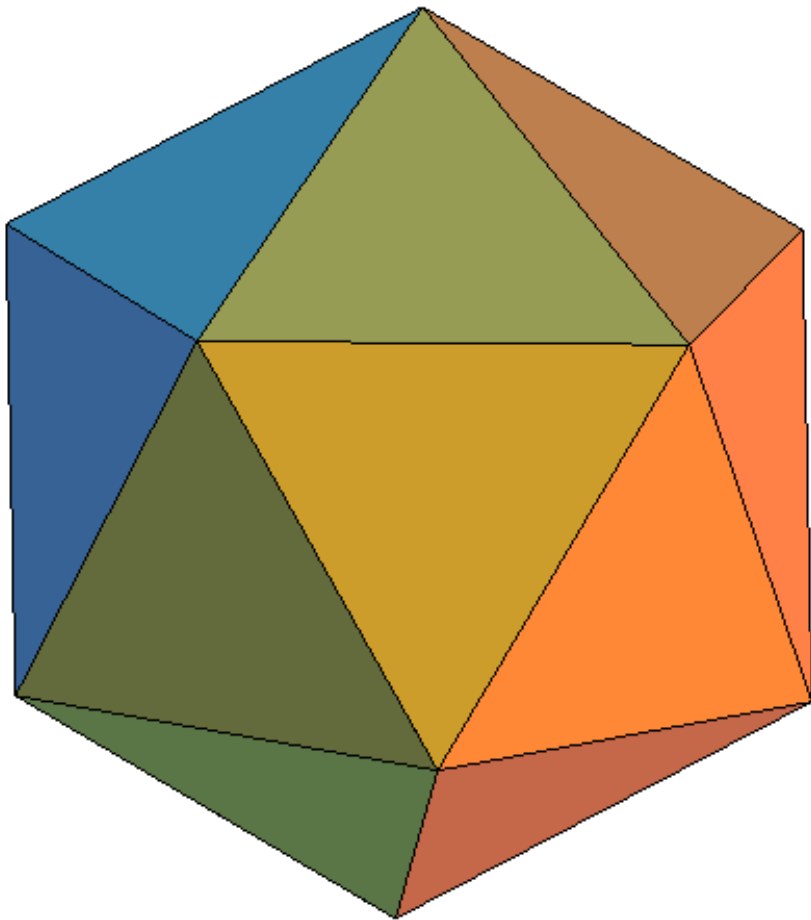
ОКТАЭДР

Многогранник, гранями которого являются правильные треугольники и в каждой вершине сходится четыре грани называется **октаэдром**.



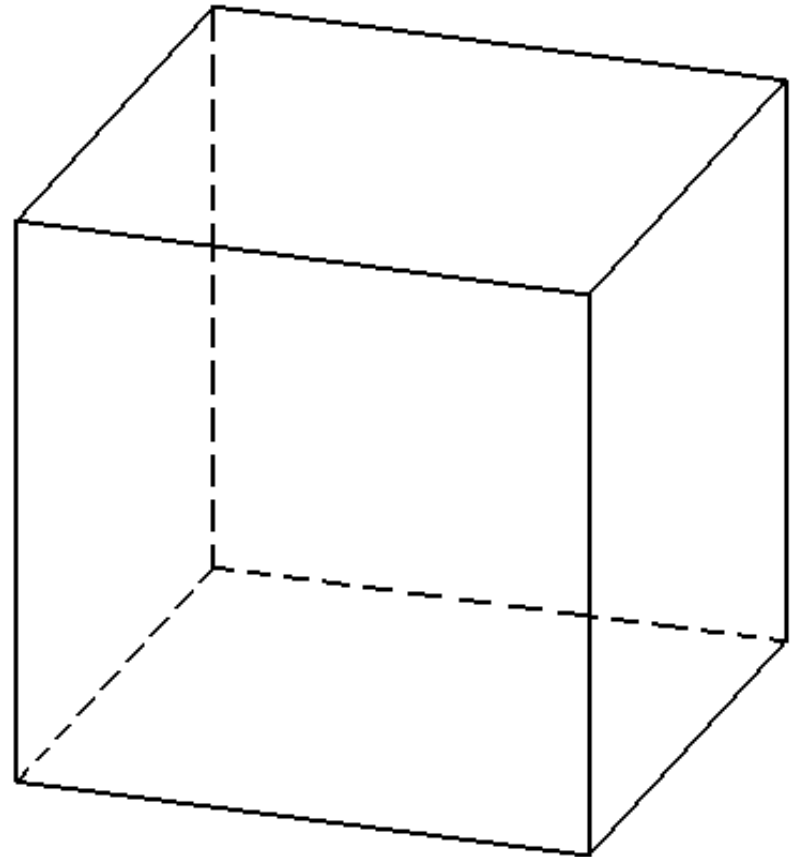
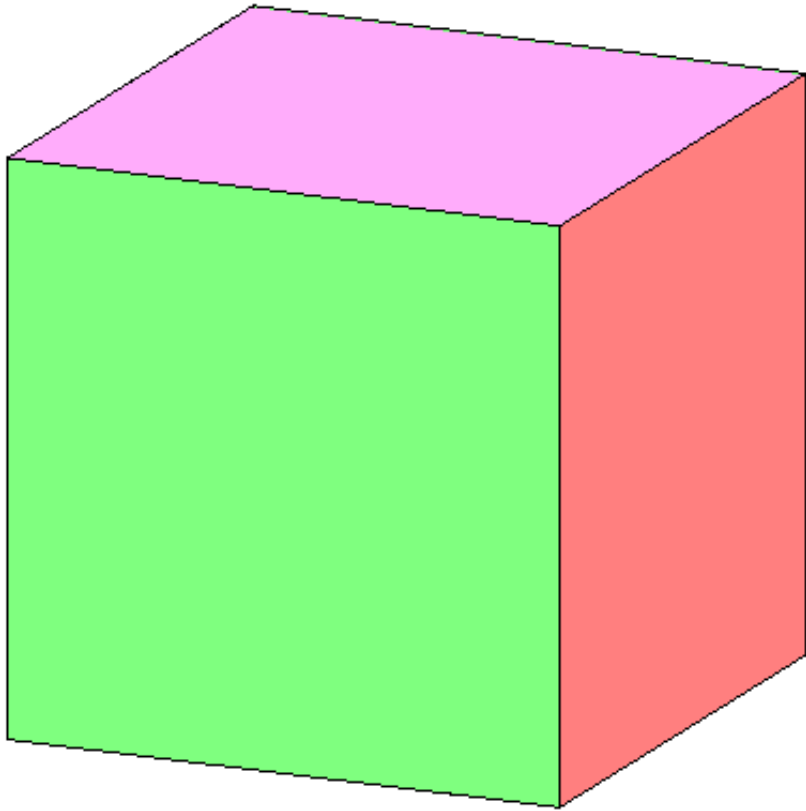
ИКОСАЭДР

Многогранник, в каждой вершине которого сходится пять правильных треугольников называется **икосаэдром**.



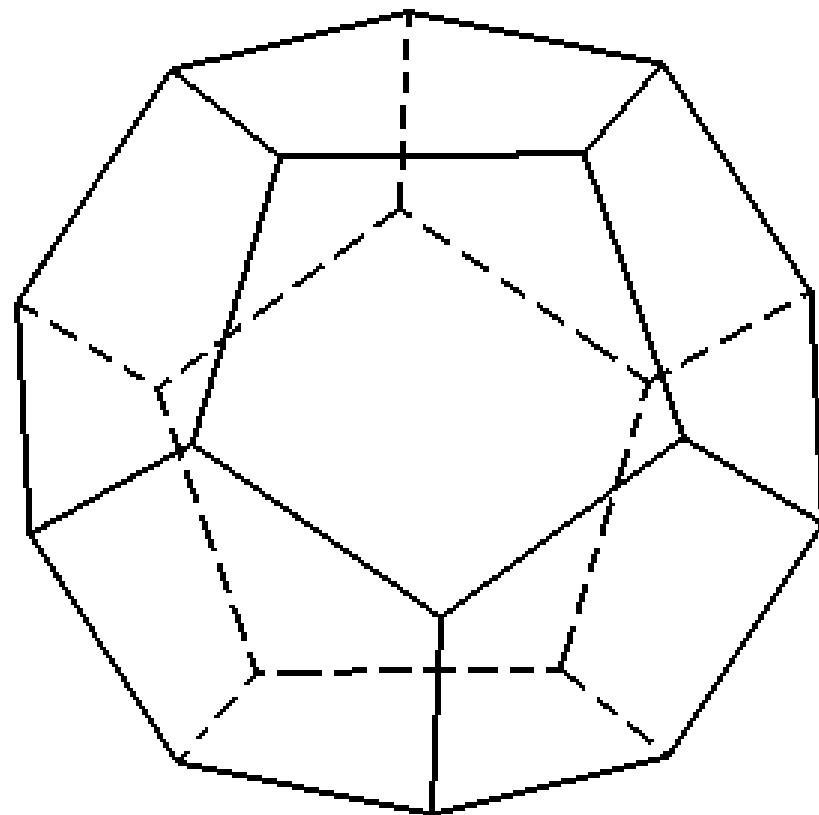
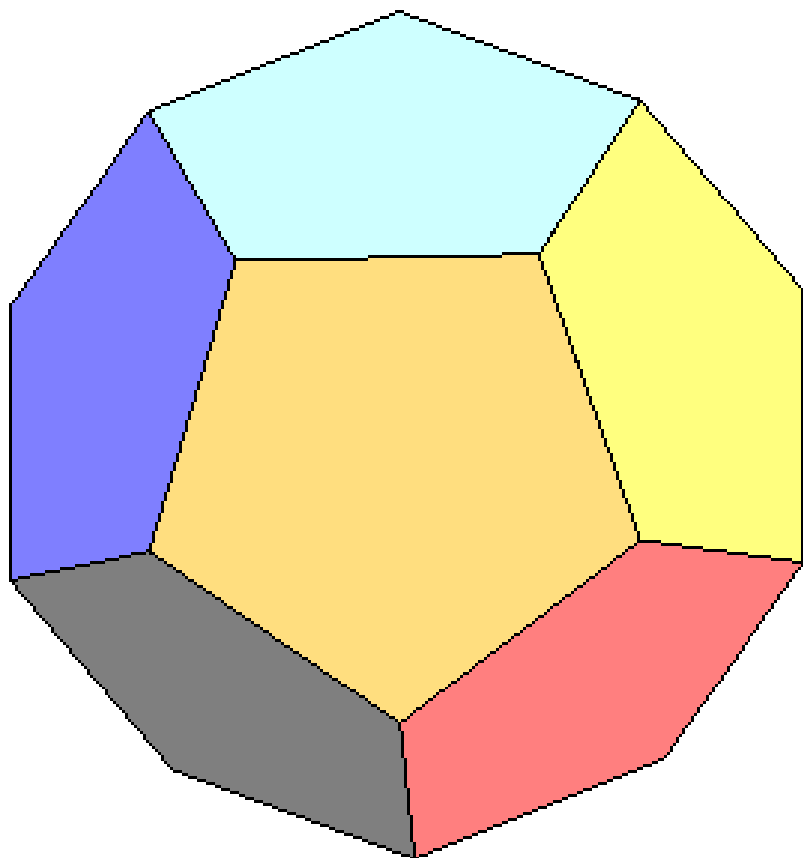
КУБ (ГЕКСАЭДР)

Многогранник, гранями которого являются квадраты и в каждой вершине сходится три грани называется **кубом** или **гексаэдром**.



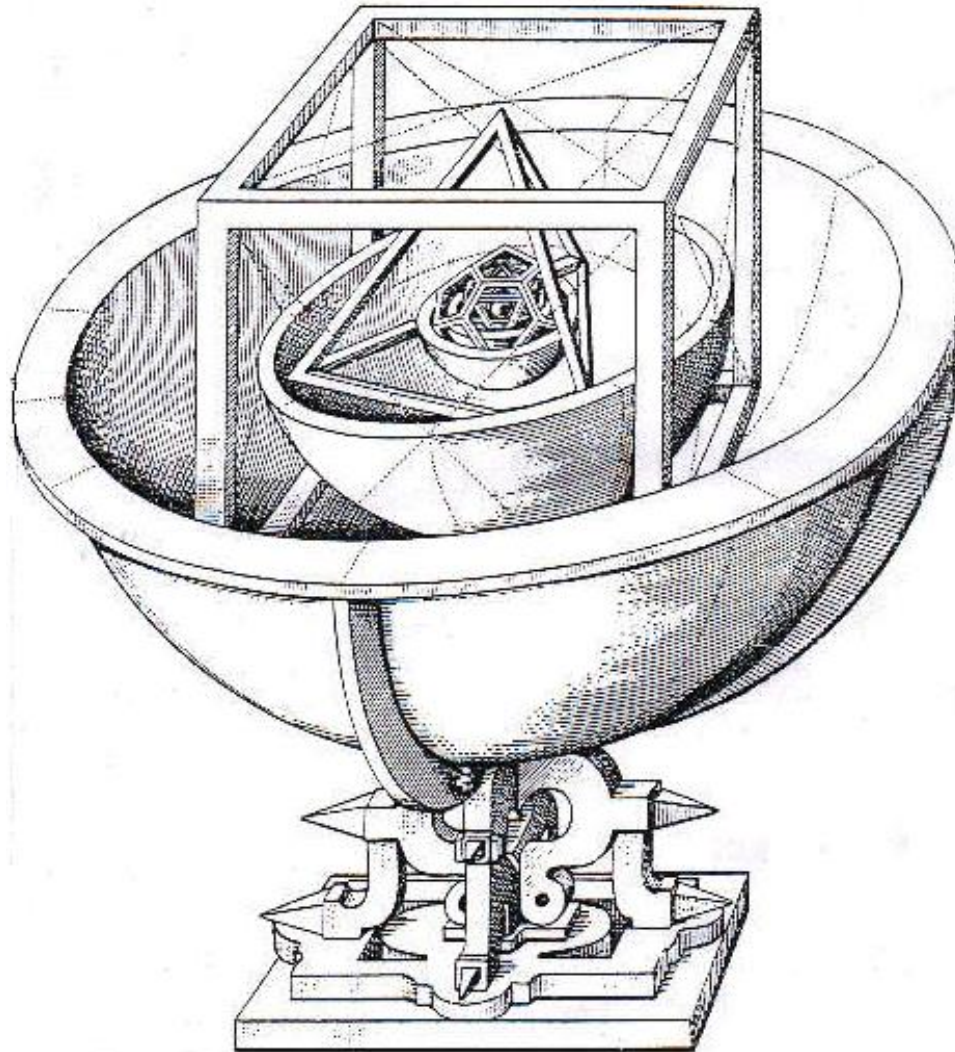
ДОДЕКАЭДР

Многогранник, гранями которого являются правильные пятиугольники и в каждой вершине сходится три грани называется додекаэдром.



Кубок Кеплера

Иоганн Кеплер (1571-1630) в своей работе "Тайна мироздания" в 1596 году, используя правильные многогранники, вывел принцип, которому подчиняются формы и размеры орбит планет Солнечной системы.



Упражнение 1

Почему гранями правильного многогранника не могут быть правильные шестиугольники?

Ответ: Потому что в этом случае сумма плоских углов при вершинах будет больше или равна 360° .

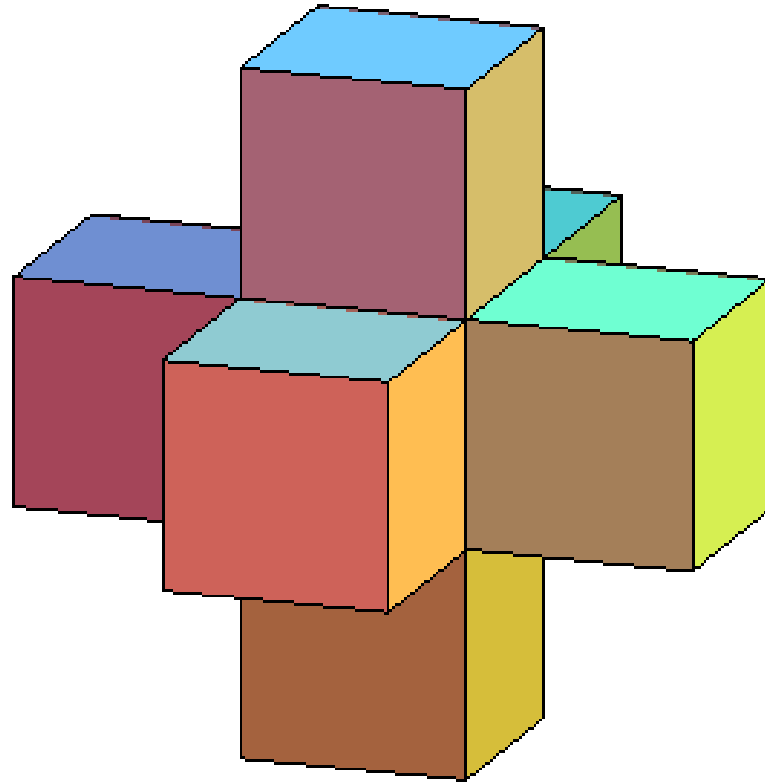
Упражнение 2

Представьте многогранник - бипирамиду, сложенную из двух равных тетраэдров совмещением каких-нибудь их граней. Будет ли он правильным многогранником?

Ответ: Нет.

Упражнение 3

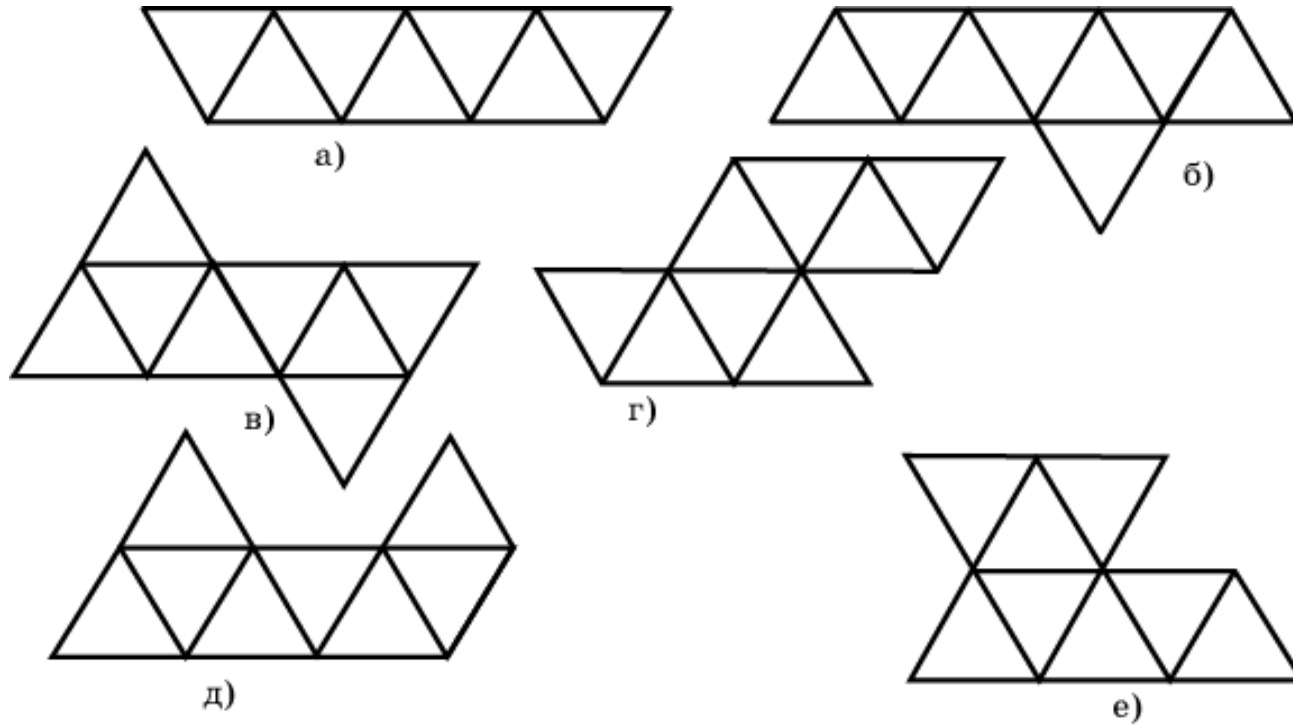
Является ли пространственный крест правильным многогранником?



Ответ: Нет.

Упражнение 4

Какие из представленных на рисунке фигур можно считать развертками октаэдра?



Ответ: в).

Упражнение 5

Ребро октаэдра равно 1. Определите расстояние между его противоположными вершинами (ось октаэдра).

Ответ: $\sqrt{2}$.

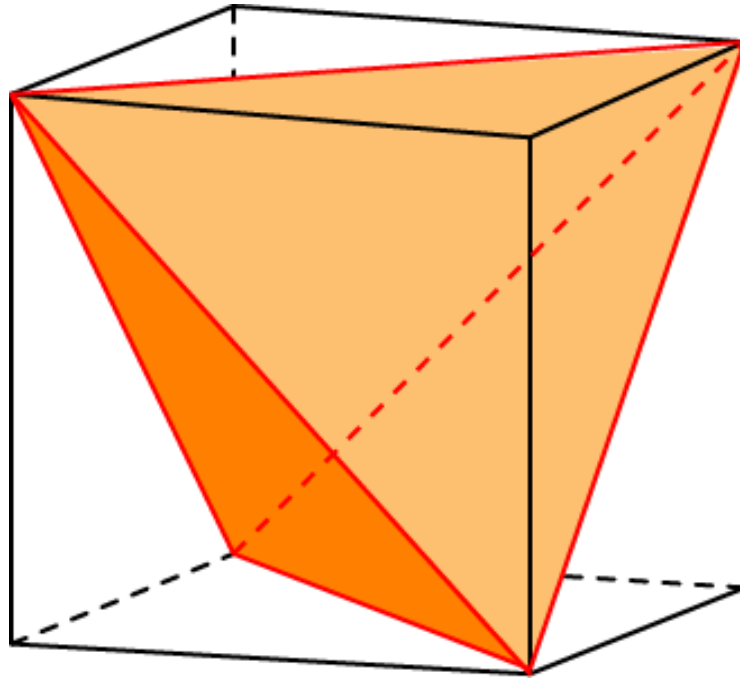
Упражнение 6

От каждой вершины тетраэдра с ребром 2 см отсекается тетраэдр с ребром 1 см. Какой многогранник останется?

Ответ: Октаэдр.

Упражнение 7

Чему равно ребро наибольшего тетраэдра, который можно поместить в куб с ребром 1?

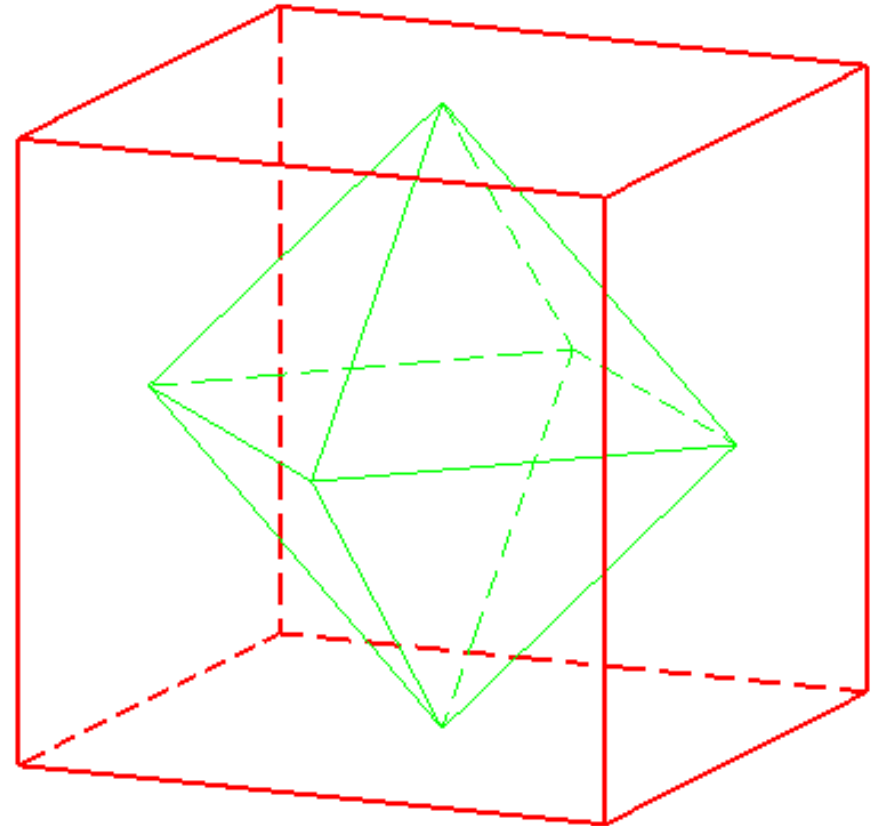
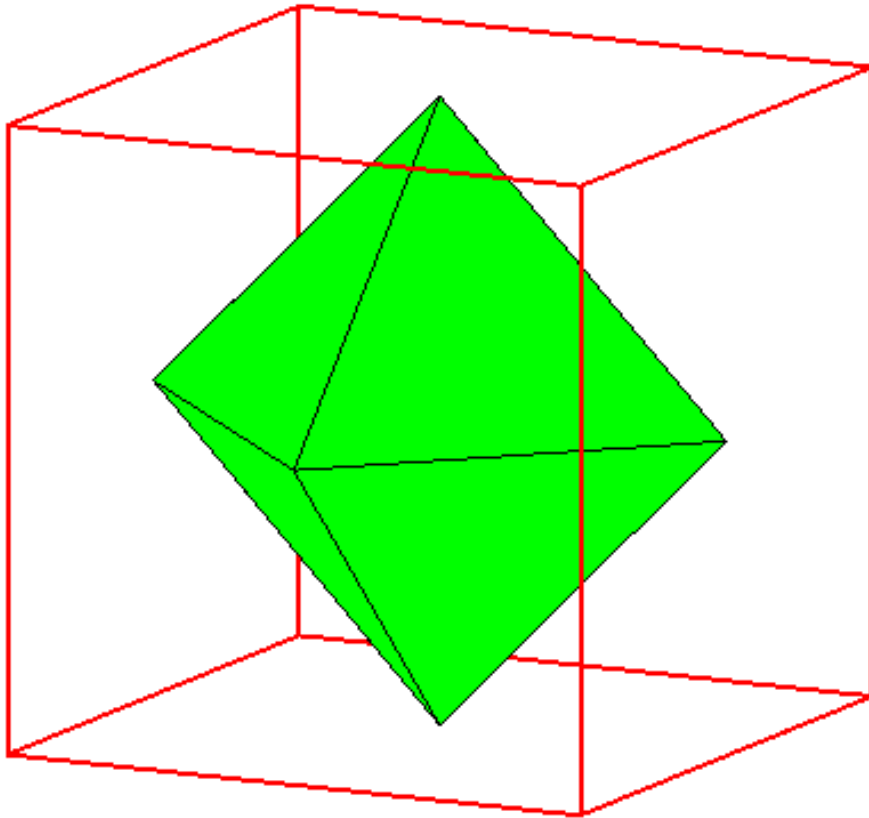


Ответ: $\sqrt{2}$.

Двойственные многогранники

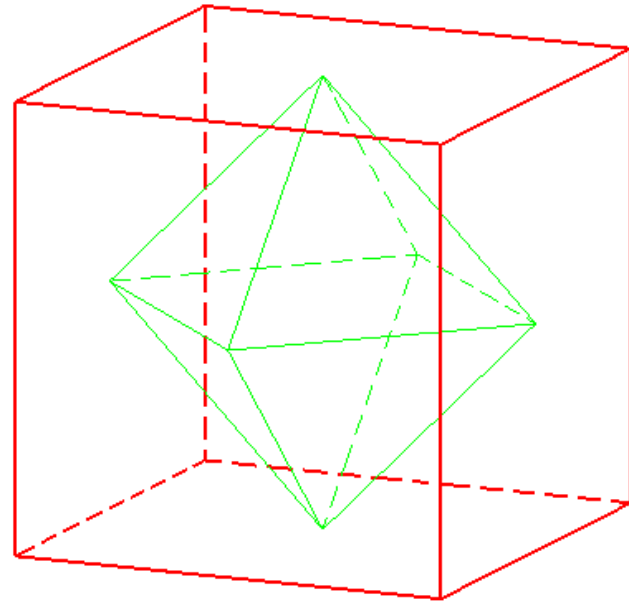
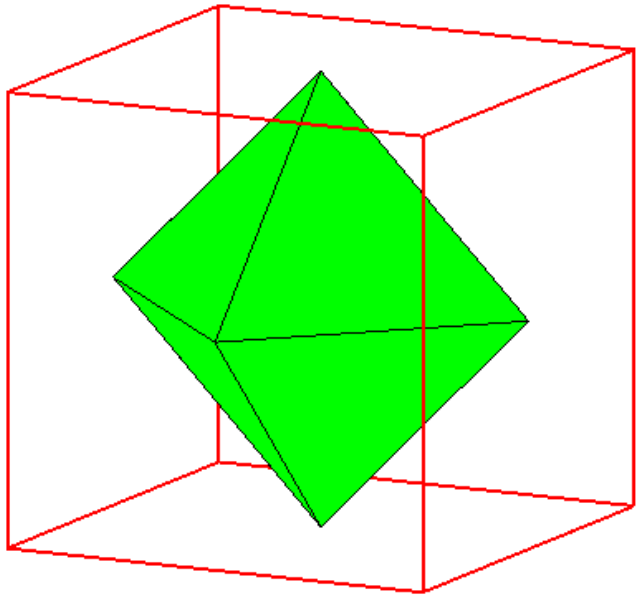
Два правильных многогранника называются **двойственными**, если центры граней одного из них являются вершинами другого.

Куб и октаэдр являются взаимно двойственными многогранниками. Центры граней куба являются вершинами октаэдра.



Упражнение 8

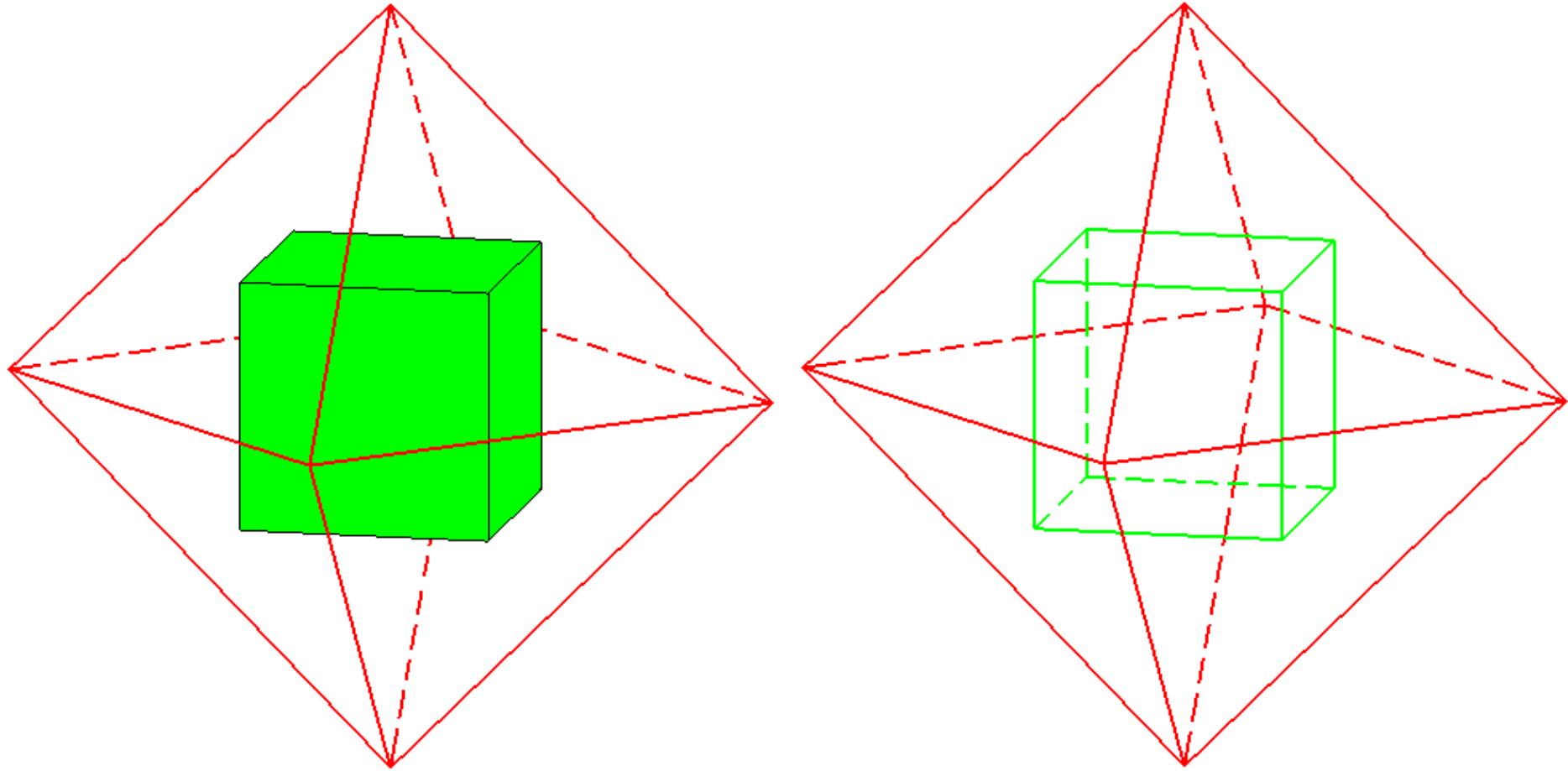
Ребро куба равно 1. Найдите ребро двойственного октаэдра.



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

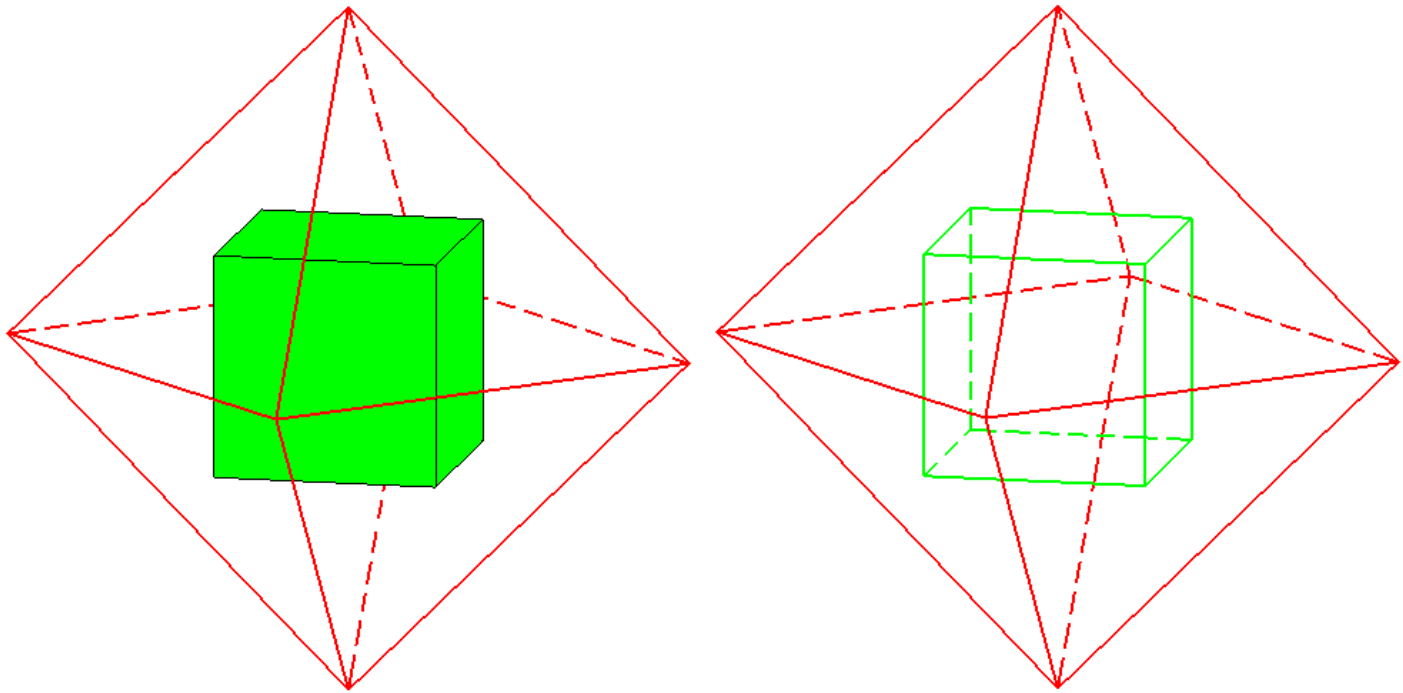
Октаэдр и куб

Центры граней октаэдра являются вершинами куба.



Упражнение 9

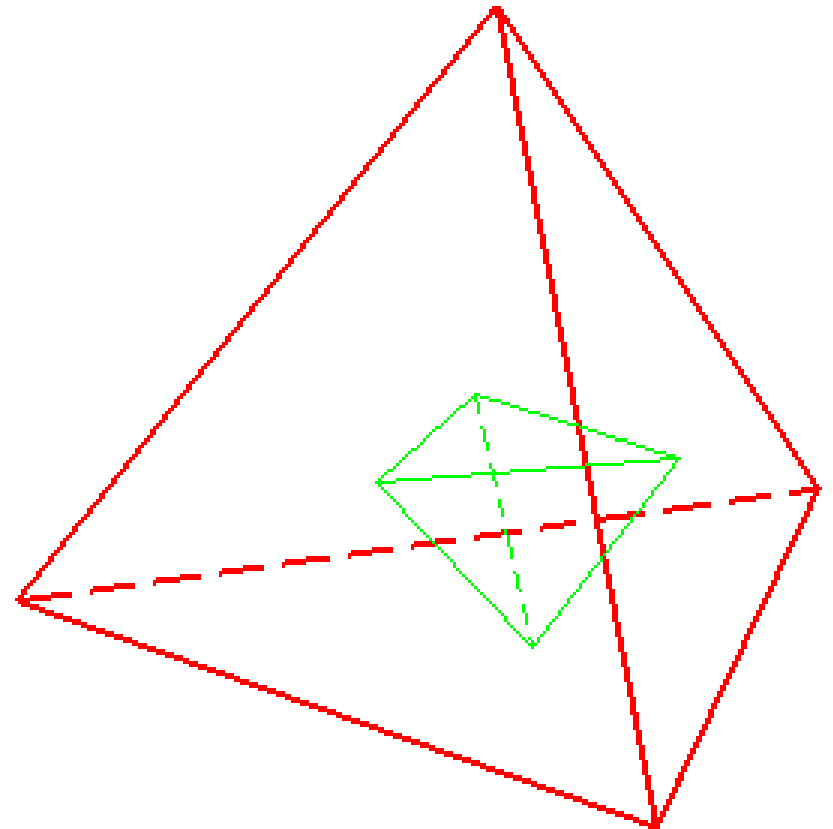
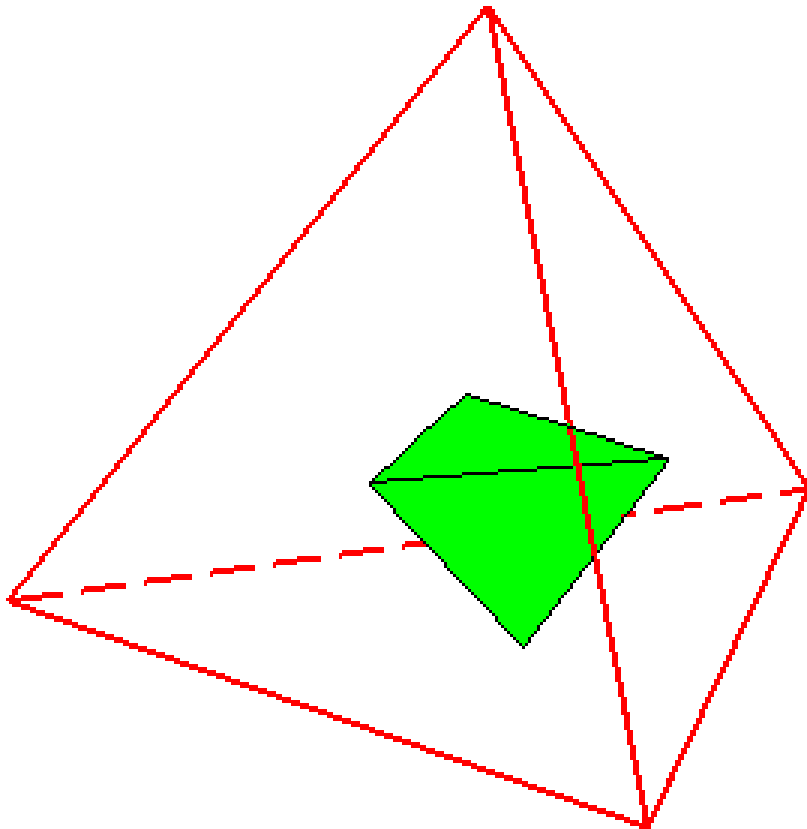
Ребро октаэдра равно 1. Найдите ребро двойственного куба.



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

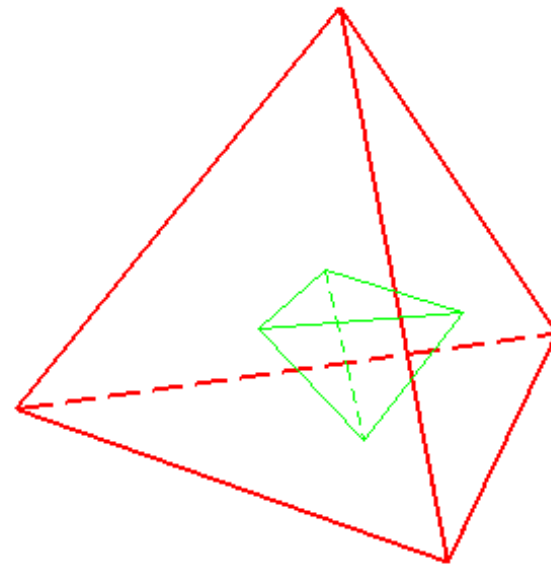
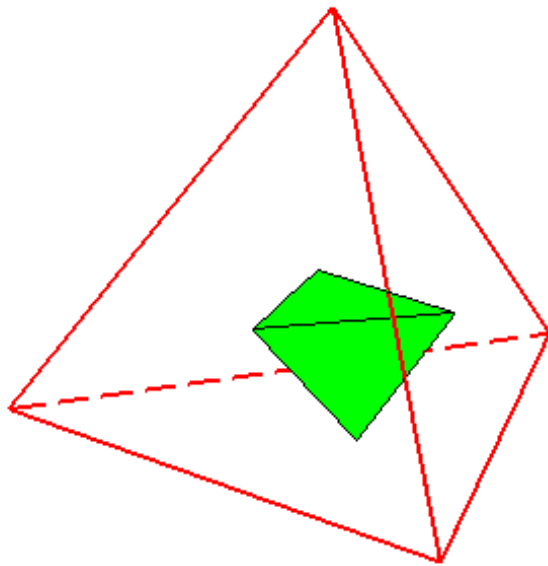
Тетраэдр и тетраэдр

Тетраэдр двойственен сам себе. Центры его граней являются вершинами тетраэдра.



Упражнение 10

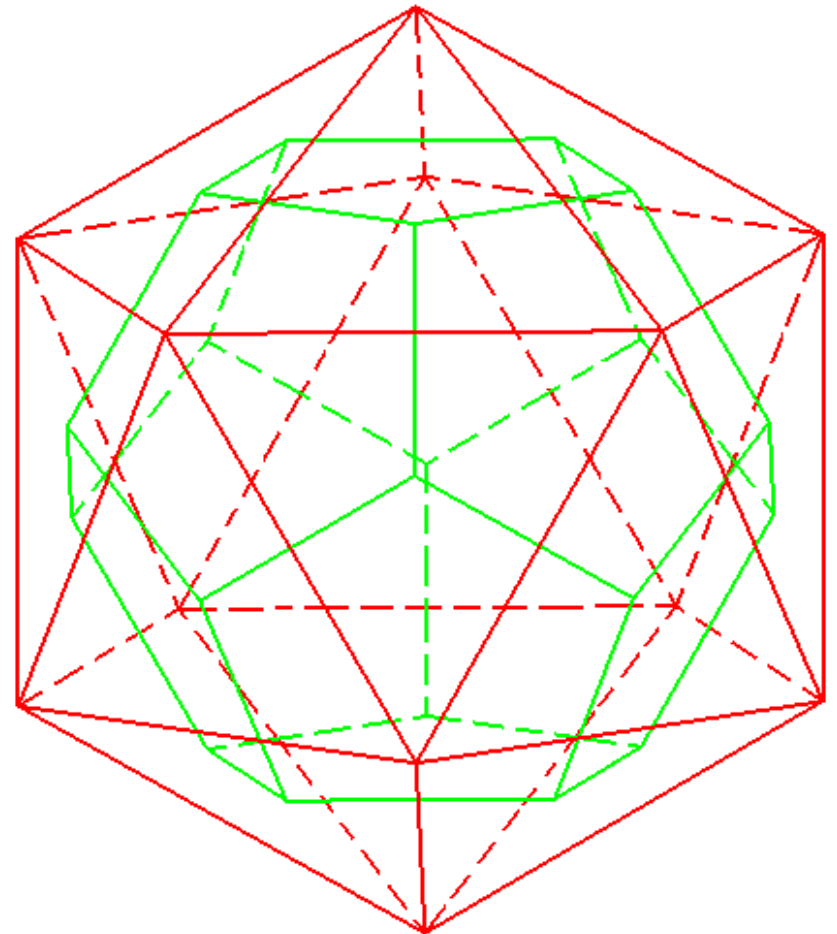
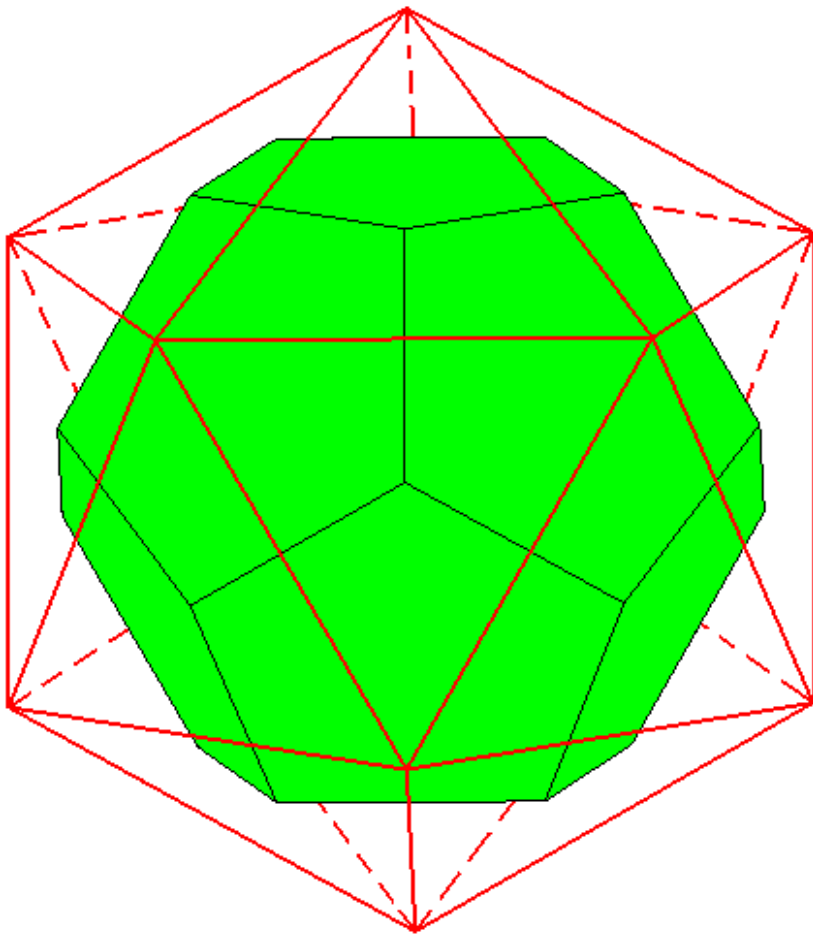
Ребро тетраэдра равно 1. Найдите ребро двойственного тетраэдра.



Ответ: $\frac{1}{3}$.

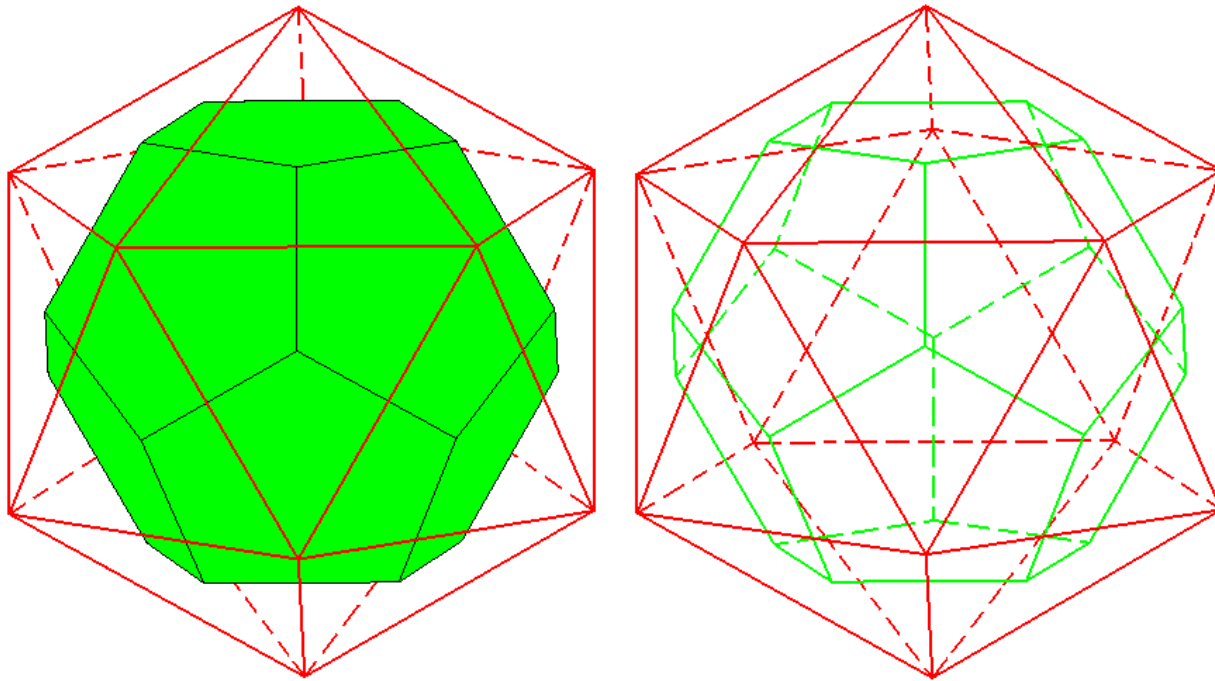
Икосаэдр и додекаэдр

Икосаэдр и додекаэдр являются взаимно двойственными многогранниками. Центры граней икосаэдра являются вершинами додекаэдра.



Упражнение 11

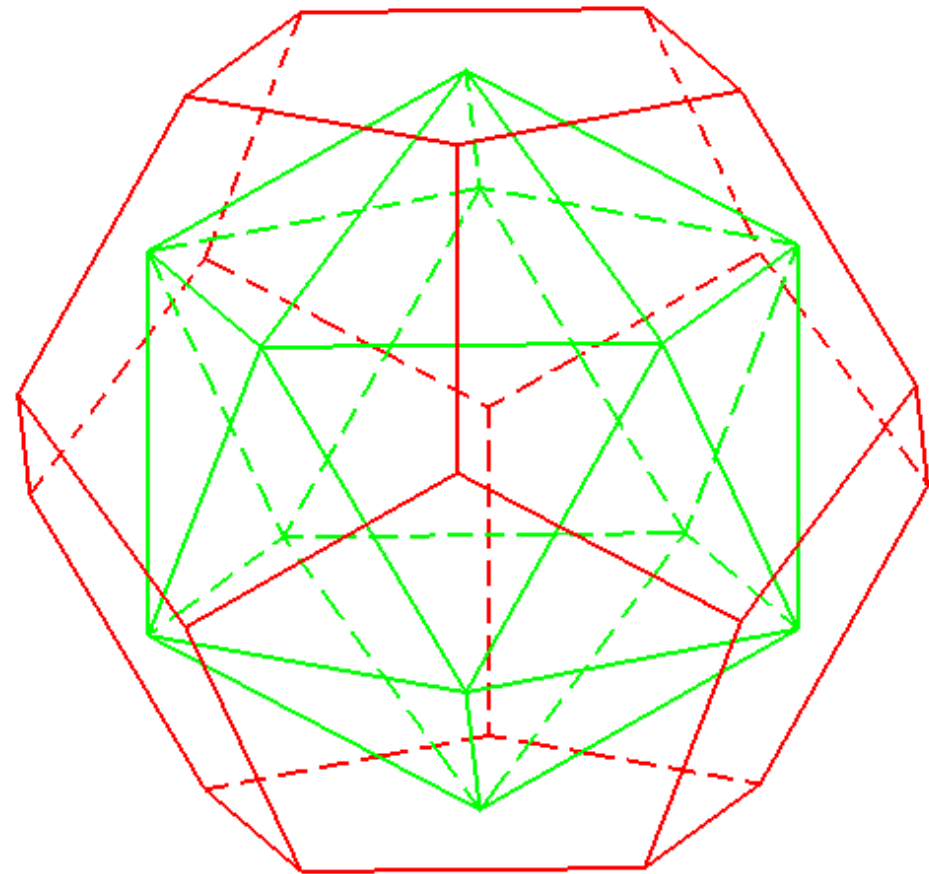
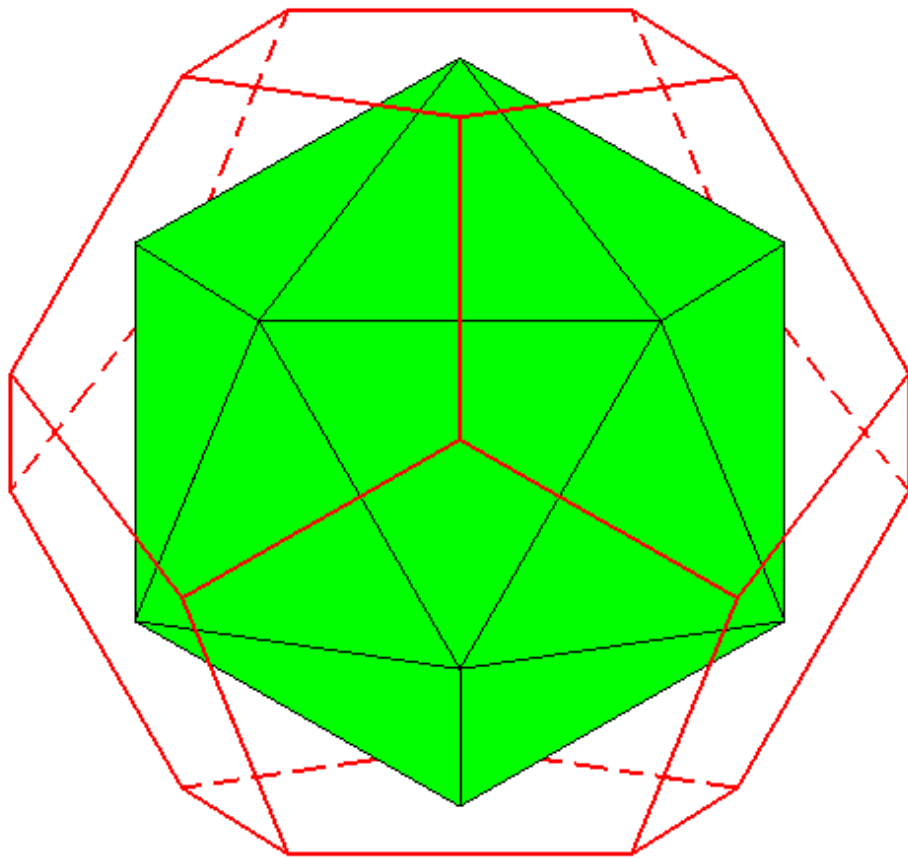
Ребро икосаэдра равно 1. Найдите ребро двойственного додекаэдра.



Ответ: $\frac{1+\sqrt{5}}{6}$.

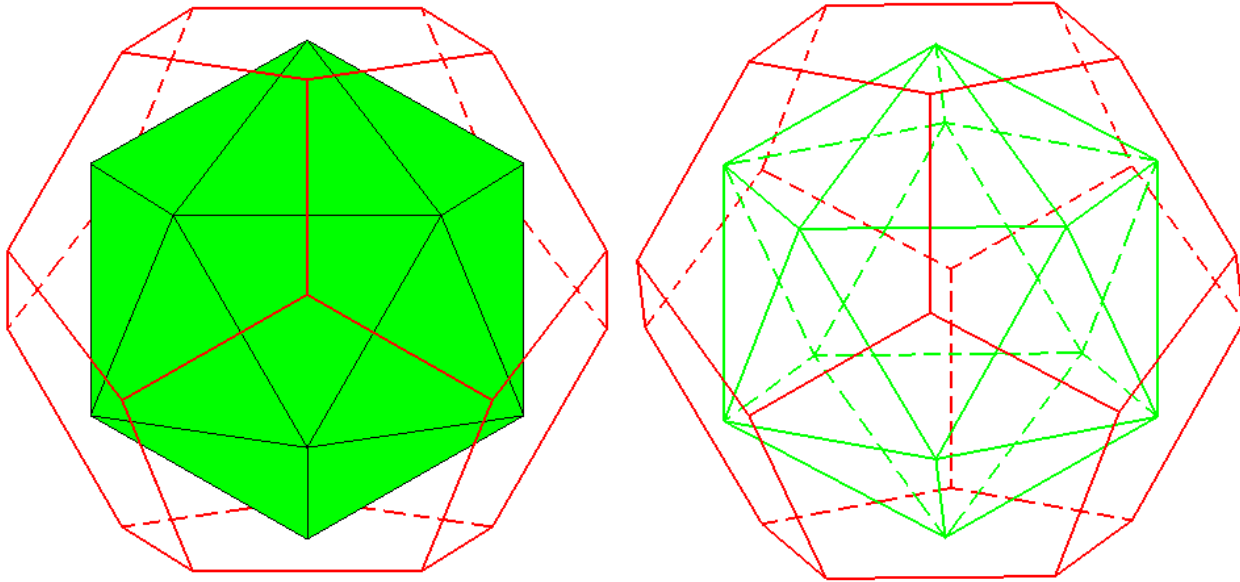
Додекаэдр и икосаэдр

Центры граней додекаэдра являются вершинами икосаэдра.



Упражнение 12

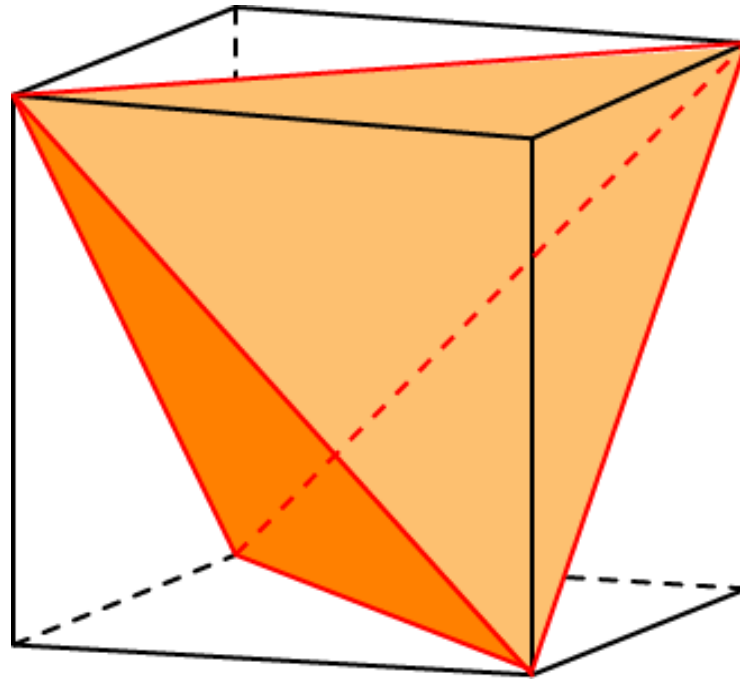
Ребро додекаэдра равно 1. Найдите ребро двойственного икосаэдра.



Ответ: $\frac{5 + 3\sqrt{5}}{10}$.

Упражнение 13

Через ребра правильного тетраэдра проведены плоскости параллельные противоположным ребрам. Какой многогранник ограничен этими плоскостями?

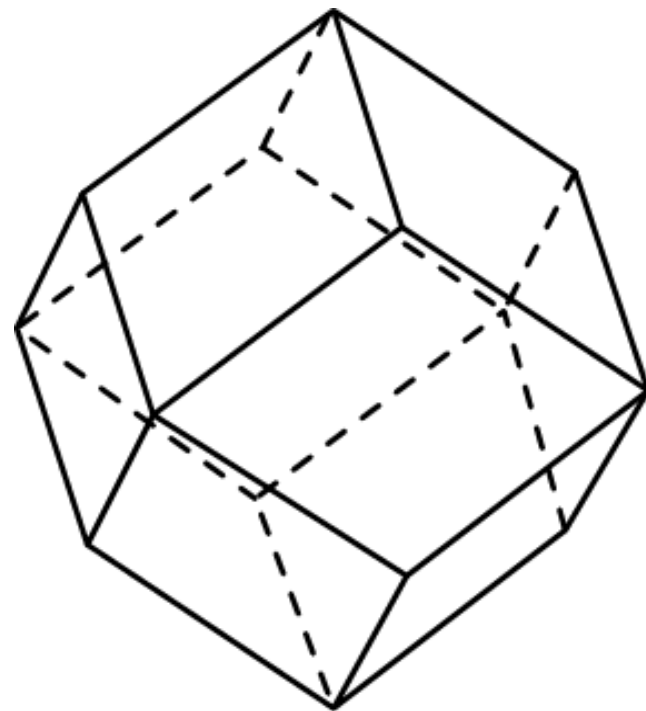


Ответ: Куб.

Упражнение 14

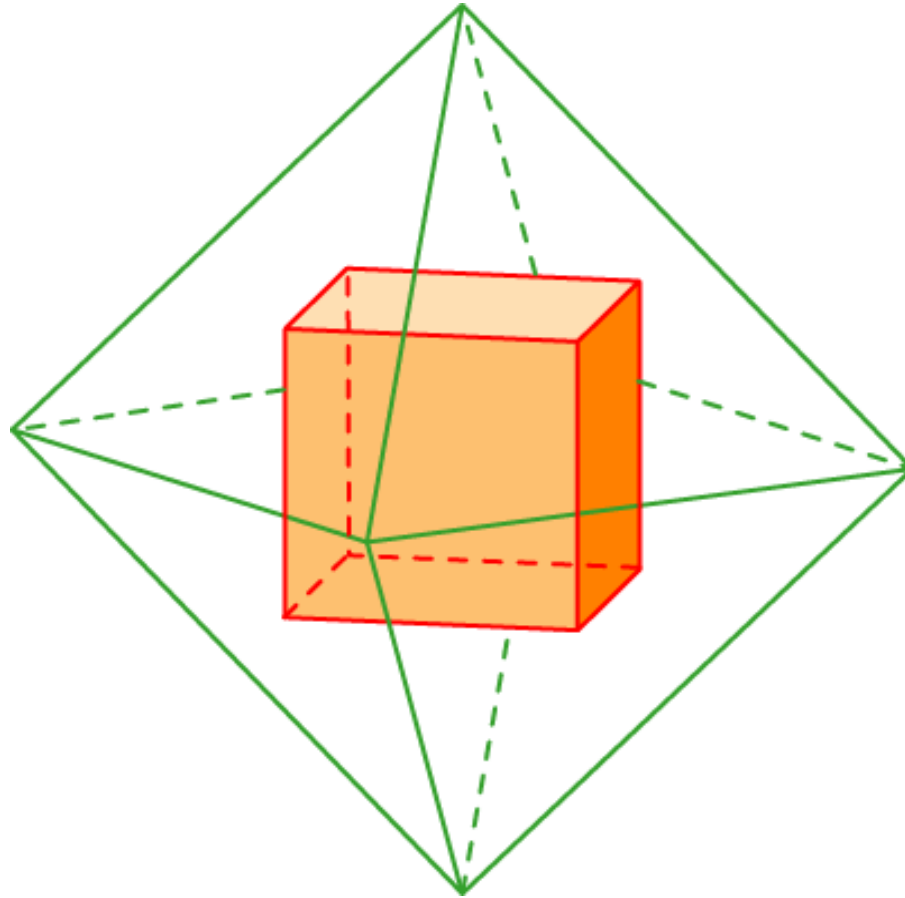
Через середины двух ребер куба, выходящих из одной вершины, параллельно третьему ребру, выходящему из той же вершины куба, проведено сечение, отсекающее от куба треугольную призму. Такие же сечения проведены через все возможные пары середин ребер, выходящих из вершин куба. Опишите многогранник, который останется от куба в результате этих отсечений. Сколько у него вершин, ребер и граней? Какую форму имеют грани? Нарисуйте этот многогранник.

Ответ: Полученный многогранник имеет 14 вершин, 24 ребра и 12 граней. Гранями являются равные ромбы.



Упражнение 15

Через вершины куба, перпендикулярно его диагоналям, проходящим через эти вершины, проведены плоскости. Какой многогранник ограничен этими плоскостями?



Ответ: Октаэдр.