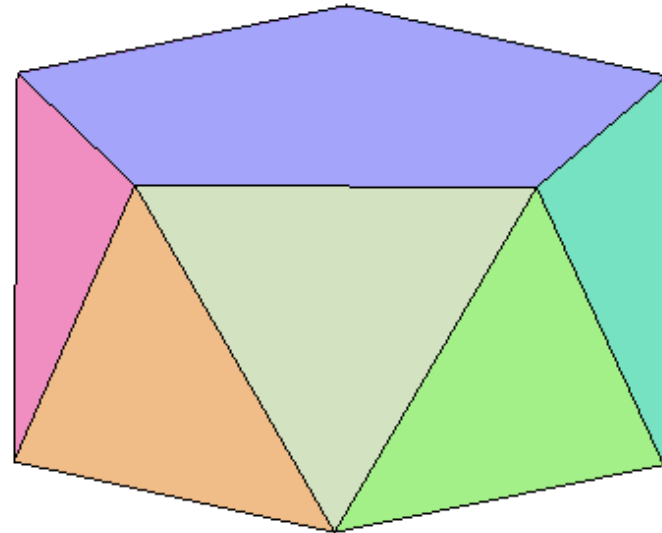
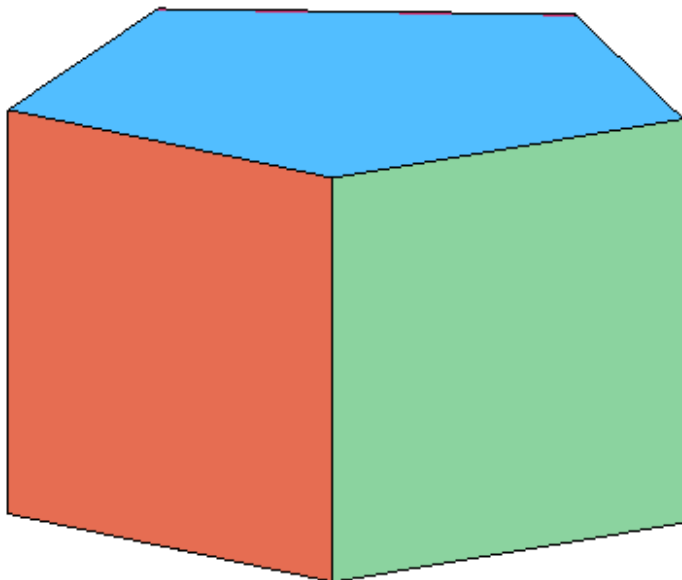


# ПОЛУПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Выпуклый многогранник называется **полуправильным**, если его гранями являются равные правильные многоугольники, возможно, с разным числом сторон, и все многогранные углы равны, причем один из них в другой можно перевести движением самого многогранника.

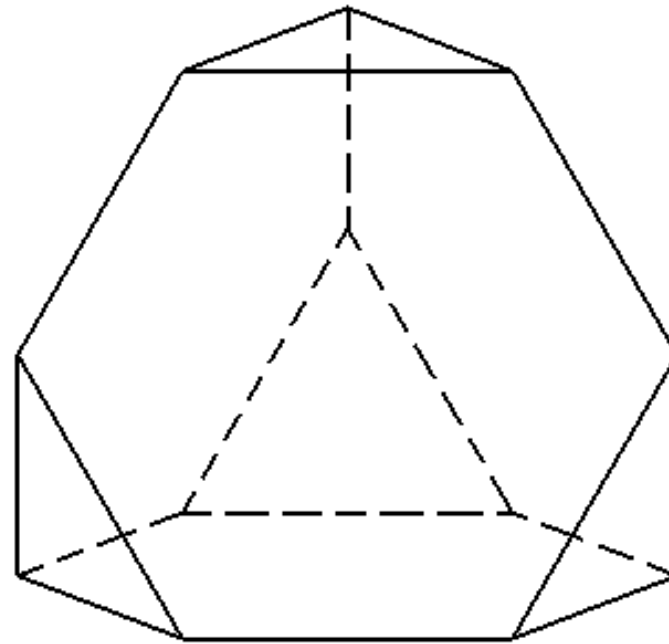
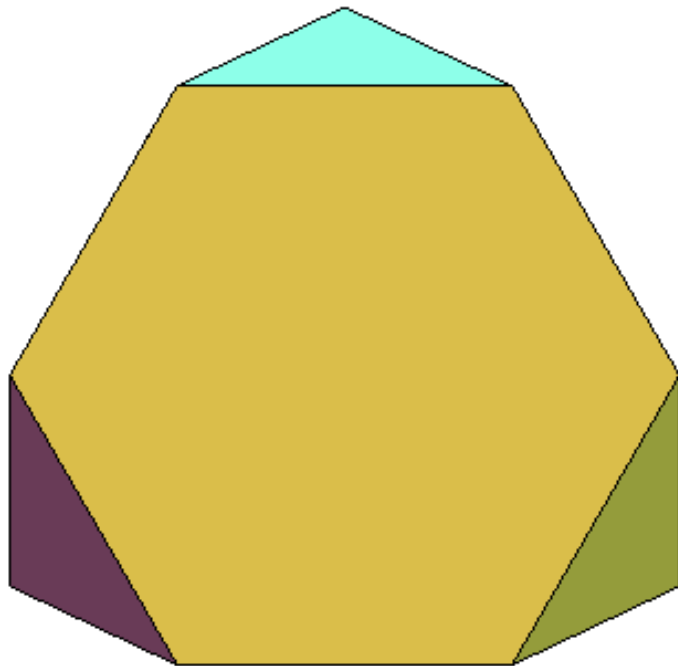
К полуправильным многогранникам относятся **правильные  $n$ -угольные призмы**, все ребра которых равны, и, так называемые, **антипризмы с равными ребрами**. На рисунке изображены правильная пятиугольная призма и пятиугольная антипризма.



# ТЕЛА АРХИМЕДА

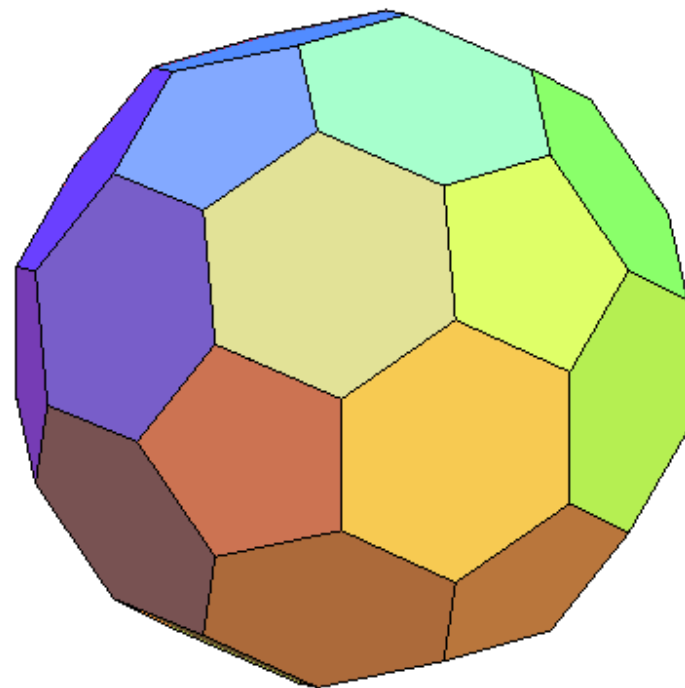
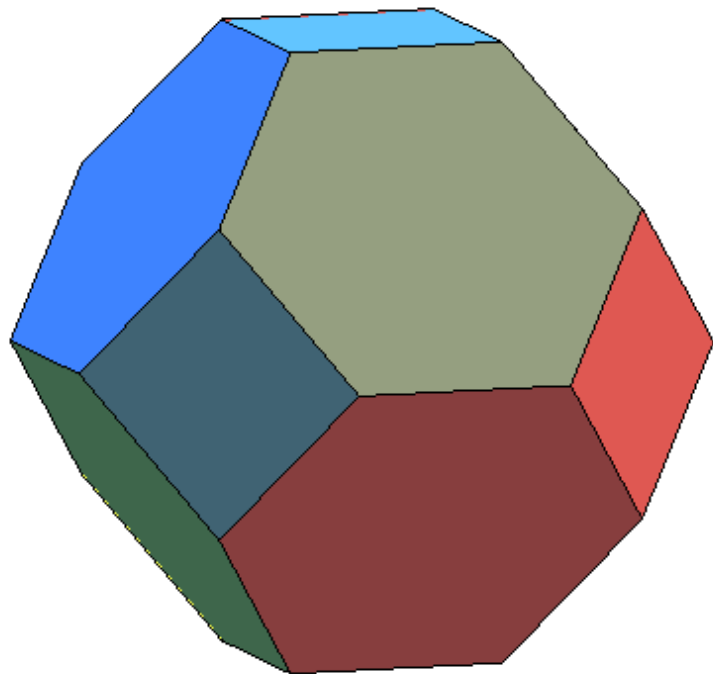
Кроме этих двух бесконечных серий полуправильных многогранников, имеется еще 13 полуправильных многогранников, которые впервые открыл и описал Архимед - это **тела Архимеда**.

Самые простые из них получаются из правильных многогранников операцией "усечения", состоящей в отсечении плоскостями углов многогранника. Если срезать углы тетраэдра плоскостями, каждая из которых отсекает третью часть его ребер, выходящих из одной вершины, то получим **усеченный тетраэдр**.



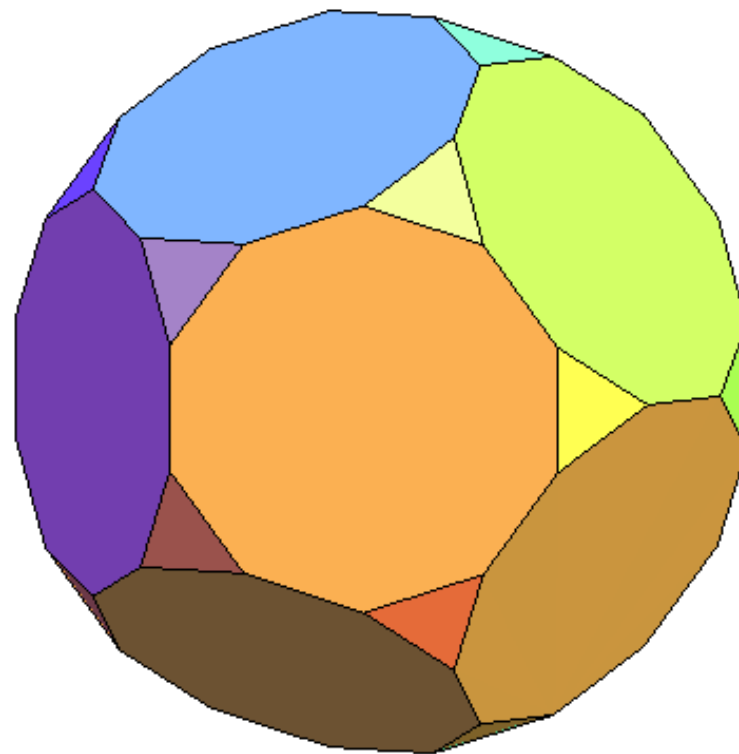
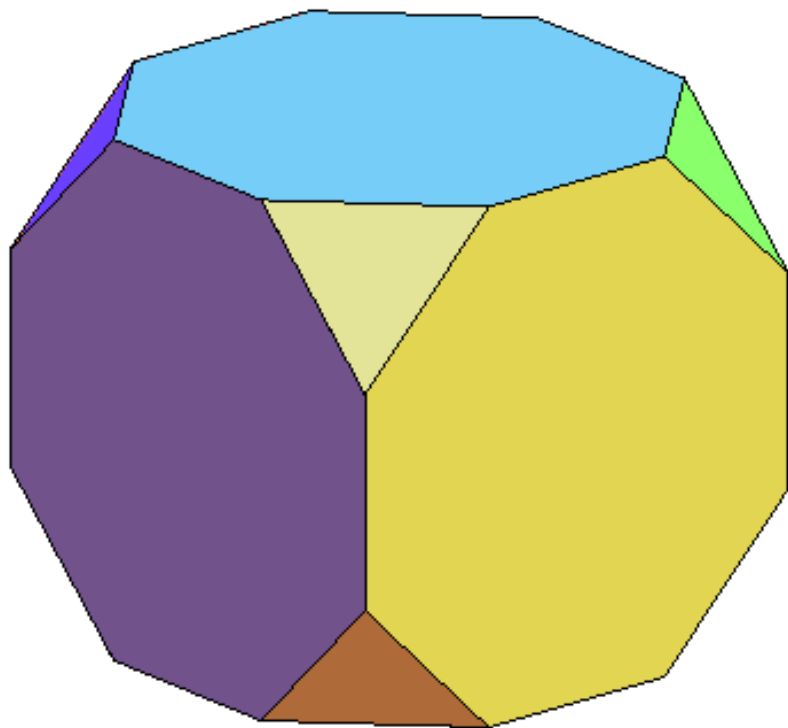
## ТЕЛА АРХИМЕДА

Если указанным образом срезать вершины октаэдра и икосаэдра, то получим соответственно **усеченный октаэдр** и **усеченный икосаэдр**. Обратите внимание на то, что поверхность футбольного мяча изготавливают в форме поверхности усеченного икосаэдра.



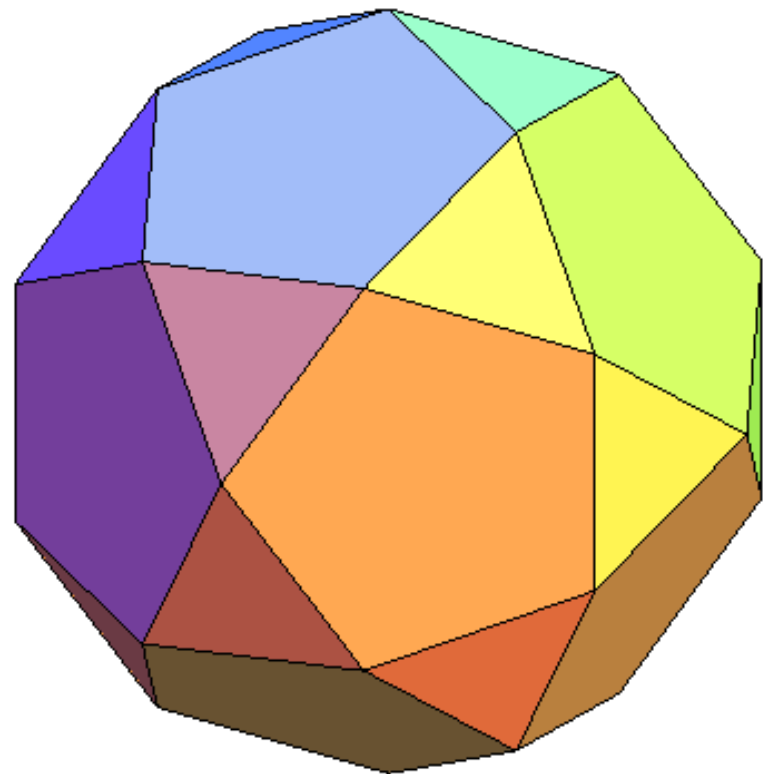
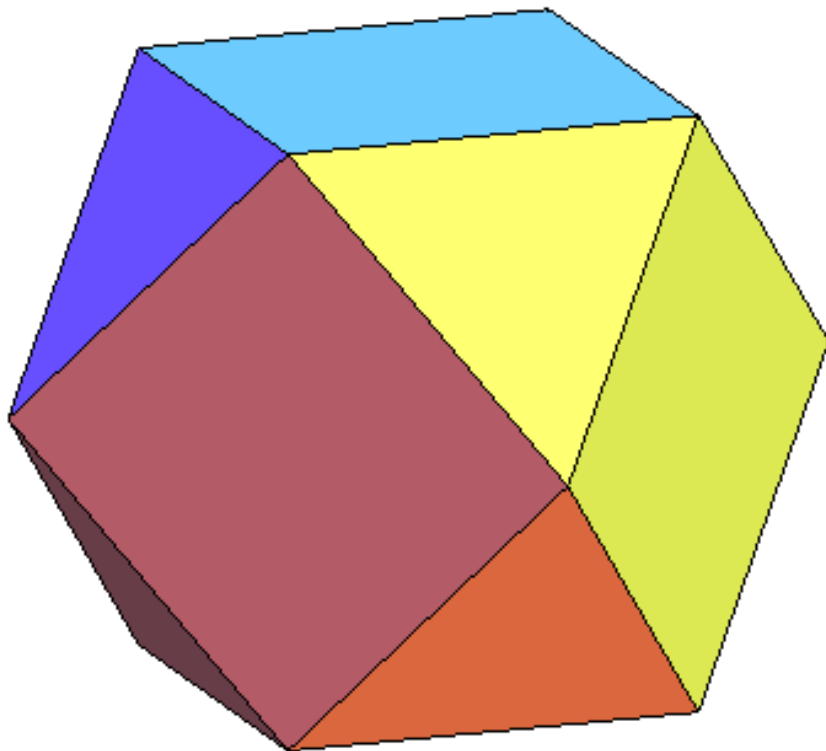
# ТЕЛА АРХИМЕДА

Из куба и додекаэдра также можно получить усеченный куб и усеченный додекаэдр.



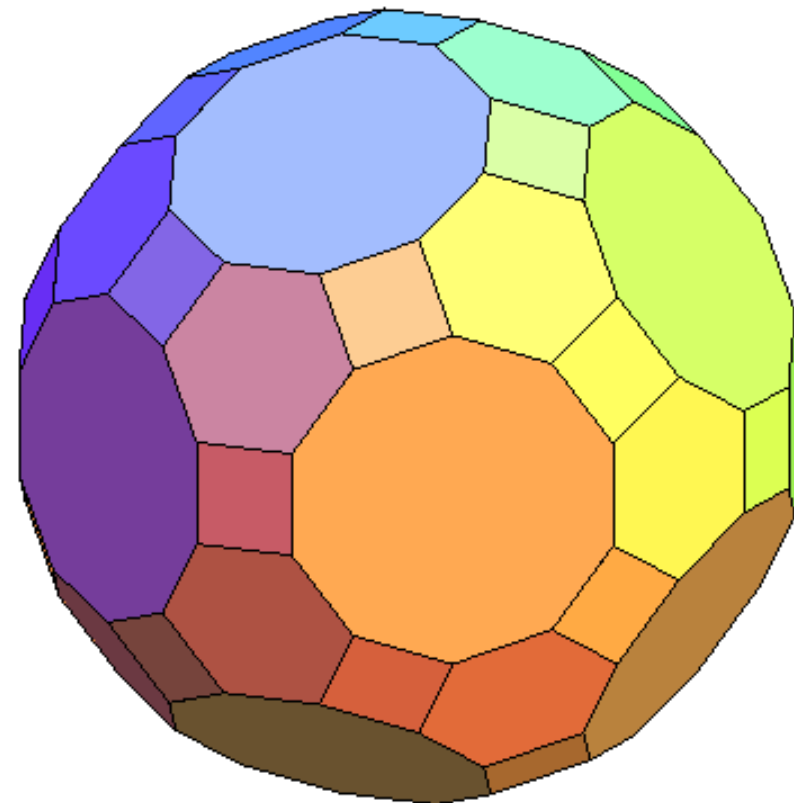
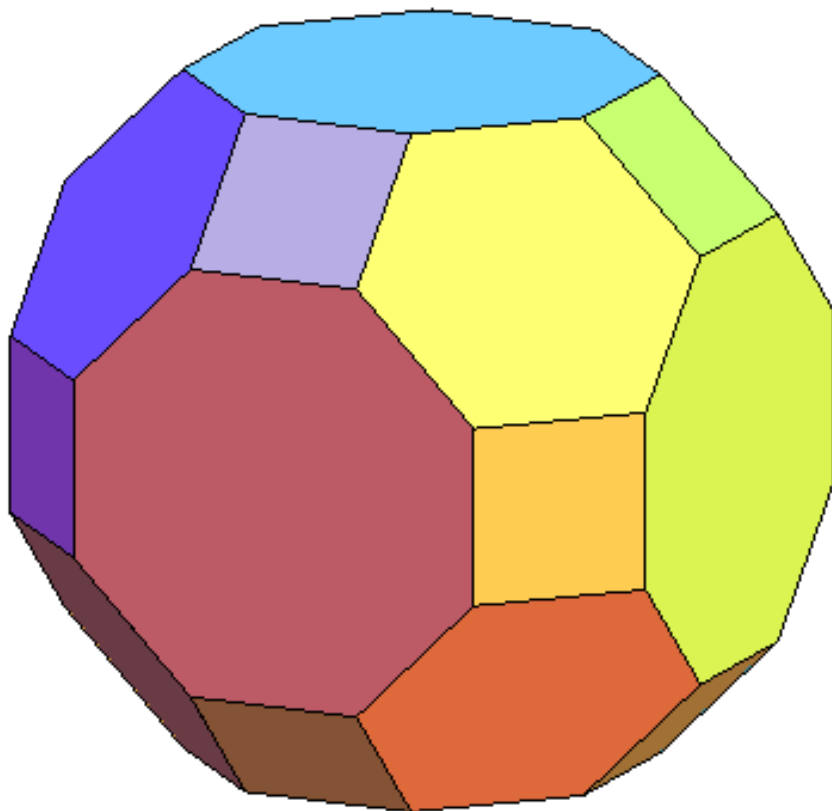
# ТЕЛА АРХИМЕДА

Для того чтобы получить еще один полуправильный многогранник, проведем в кубе отсекающие плоскости через середины ребер, выходящих из одной вершины. В результате получим полуправильный многогранник, который называется **кубооктаэдром**. Аналогично, если в додекаэдре отсекающие плоскости провести через середины ребер, выходящих из одной вершины, то получим многогранник, который называется **икосододекаэдром**.



# ТЕЛА АРХИМЕДА

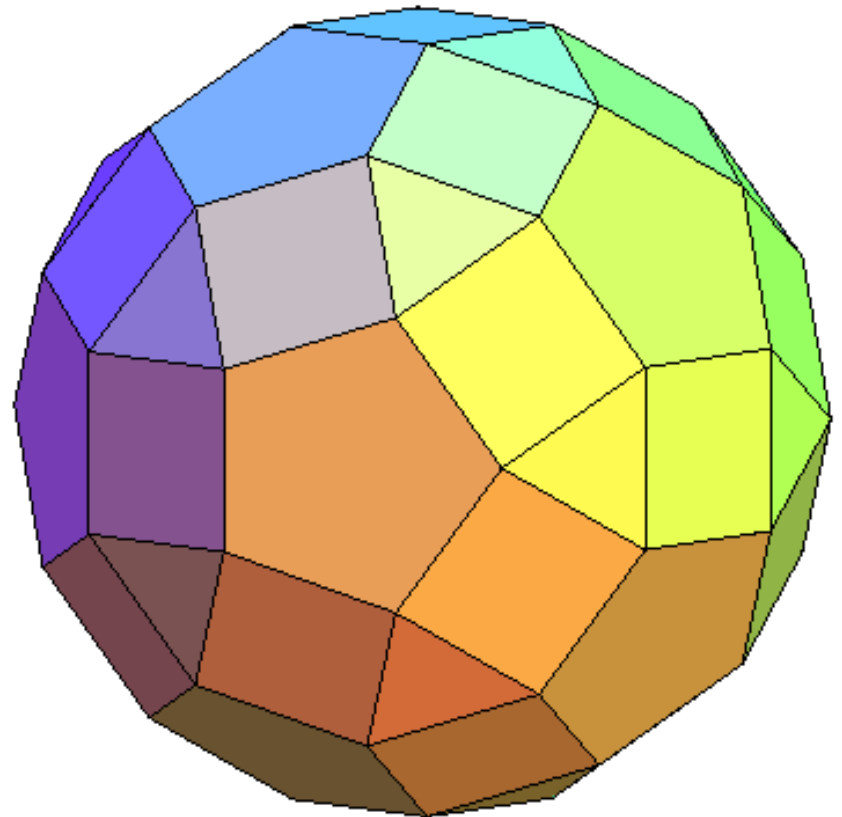
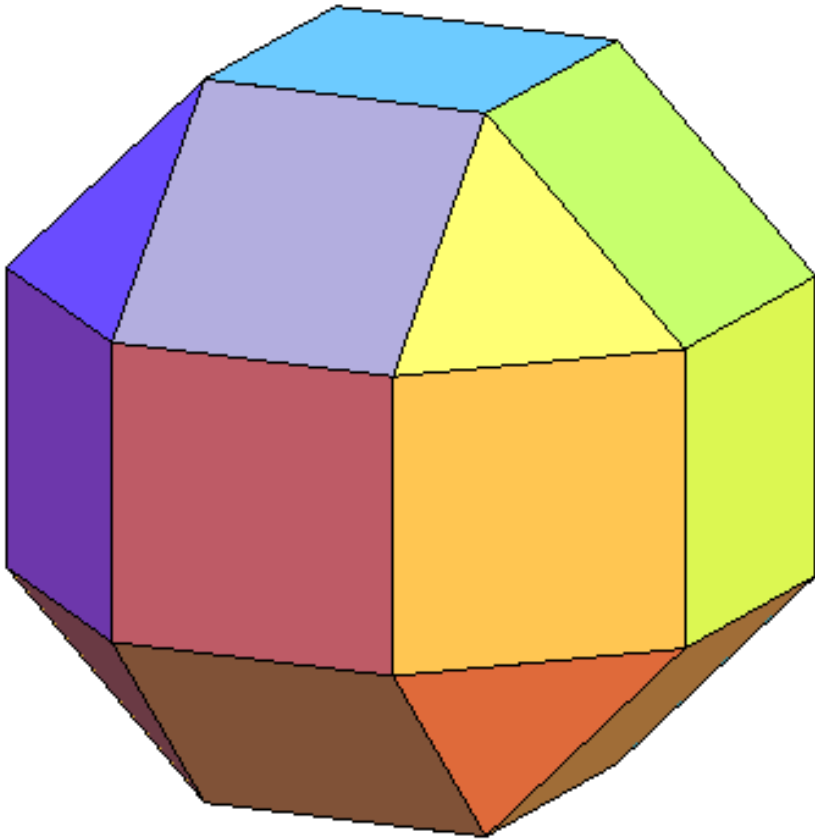
Еще два полуправильных многогранника называются **усеченный кубооктаэдр** и **усеченный икосододекаэдр**.



## ТЕЛА АРХИМЕДА

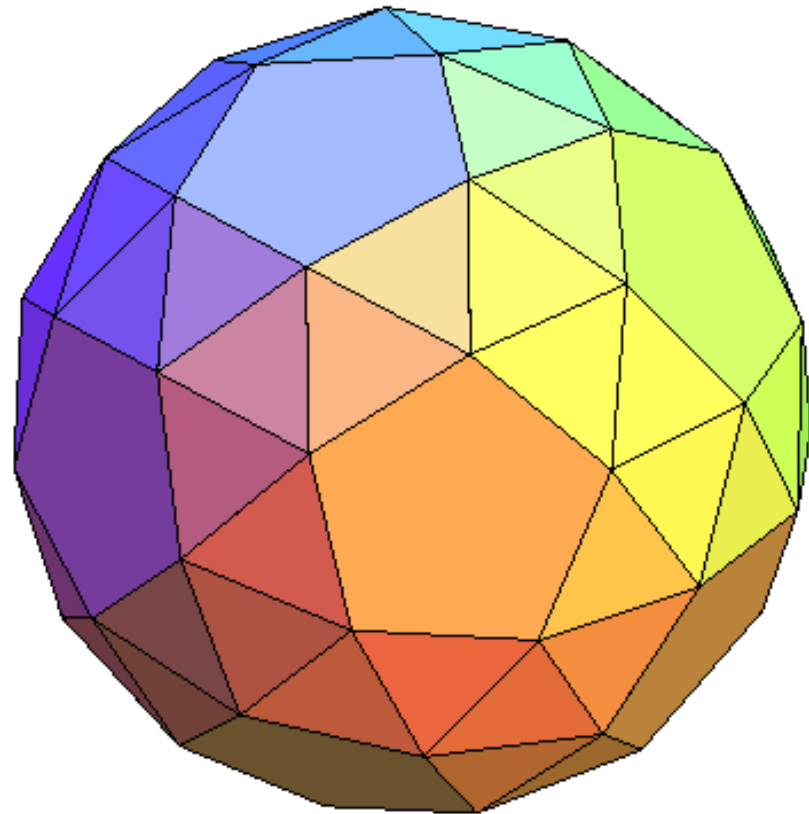
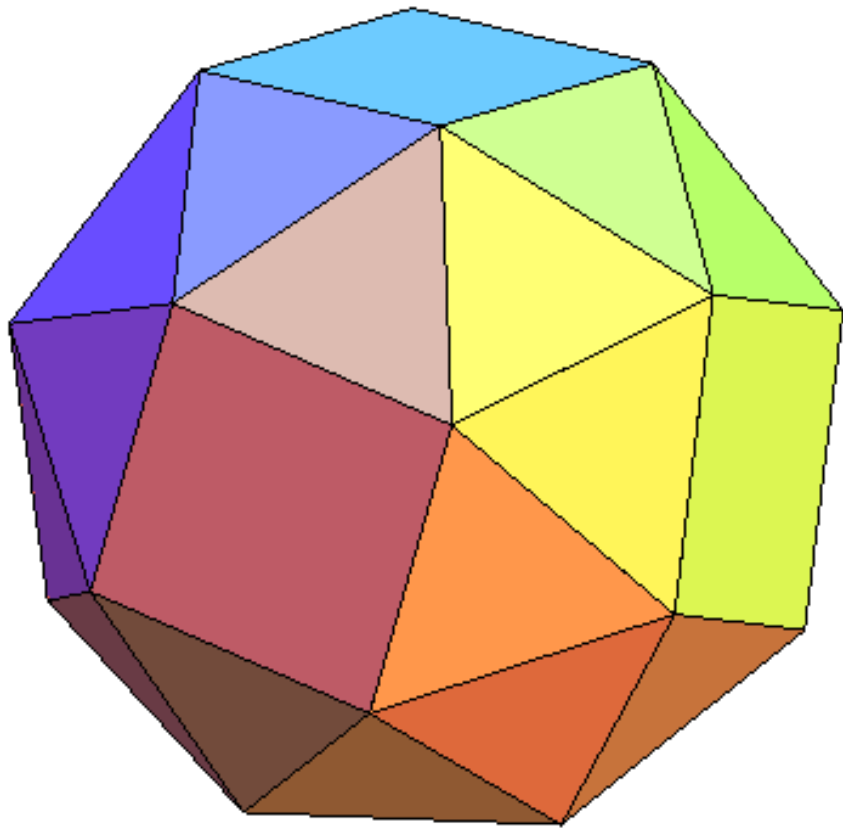
Поверхность **ромбокубооктаэдра** состоит из граней куба и октаэдра, к которым добавлены еще 12 квадратов.

Поверхность **ромбоикосододекаэдра** состоит из граней икосаэдра, додекаэдра и еще 30 квадратов



# ТЕЛА АРХИМЕДА

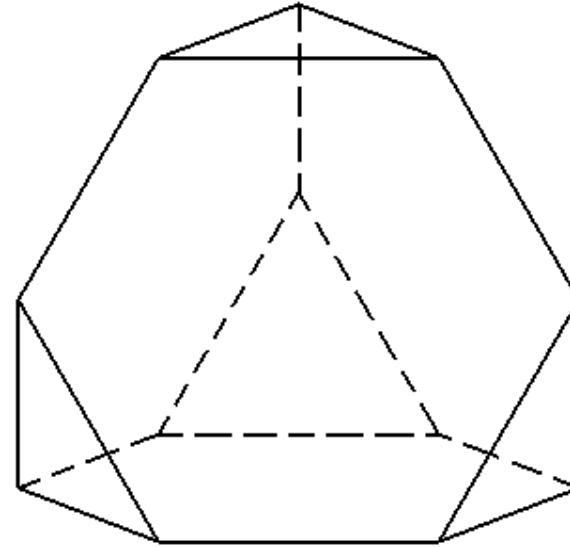
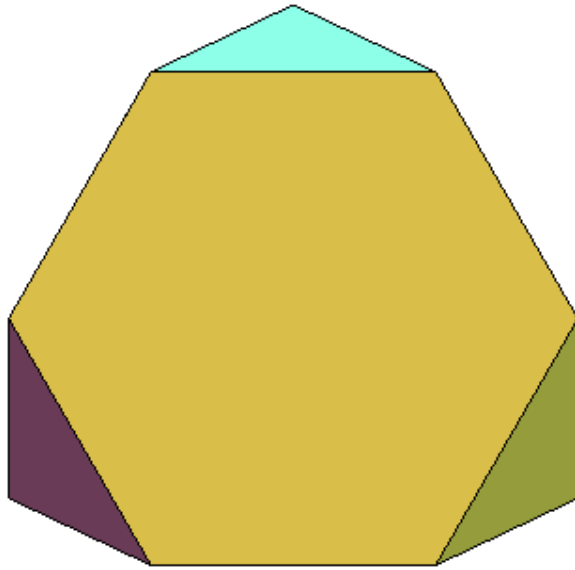
Последние два многогранника – так называемые плосконосый (иногда называют курносый) куб и плосконосый (курносый) додекаэдр, поверхность которых состоит из граней куба или додекаэдра, окруженных правильными треугольниками.





## Упражнение 1

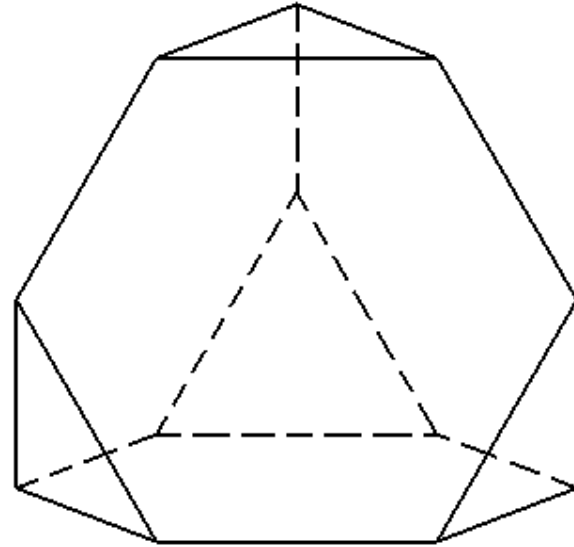
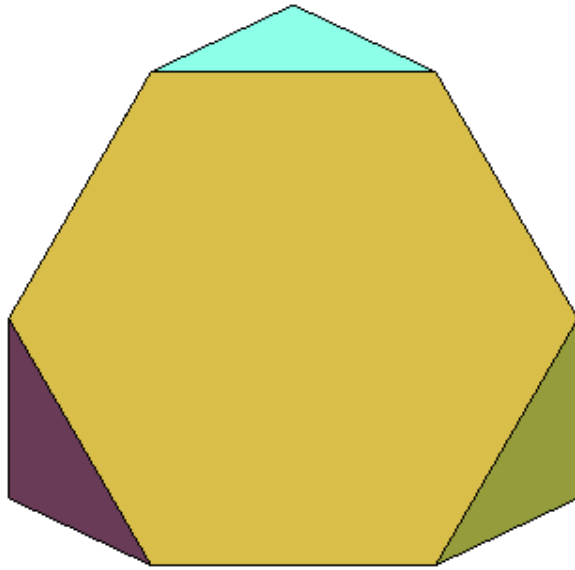
Какую часть ребер должны отсекать от правильного тетраэдра плоскости, чтобы получился усеченный тетраэдр?



Ответ: Одну третью часть.

## Упражнение 2

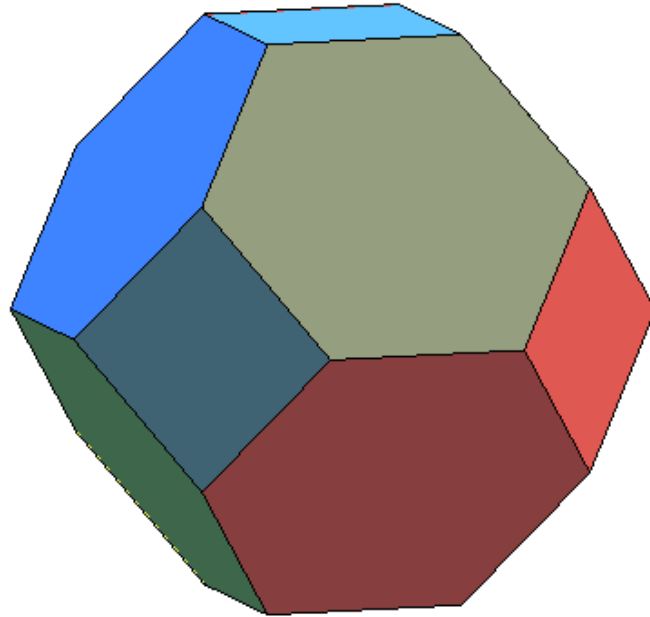
Из каких граней состоит усеченный тетраэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Четыре шестиугольных и четыре треугольных граней;  $V = 12$ ,  $P = 18$ ,  $G = 8$ .

## Упражнение 3

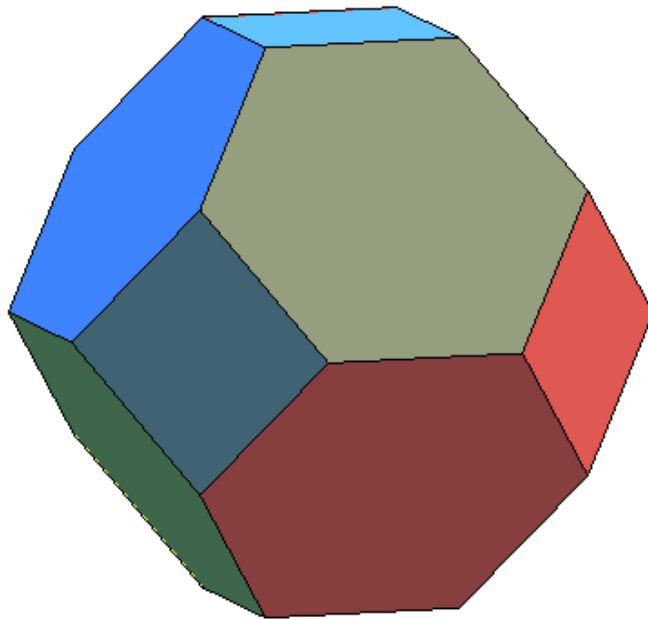
Какую часть ребер должны отсекают плоскости от правильного октаэдра, чтобы получился усеченный октаэдр?



Ответ: Одну третью часть.

## Упражнение 4

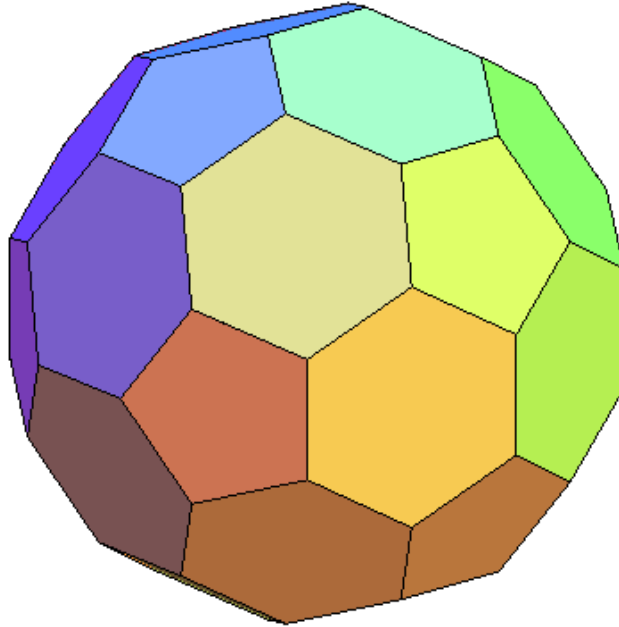
Из каких граней состоит усеченный октаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Восемь шестиугольных и шесть квадратных граней;  $V = 24$ ,  $P = 36$ ,  $G = 14$ .

## Упражнение 5

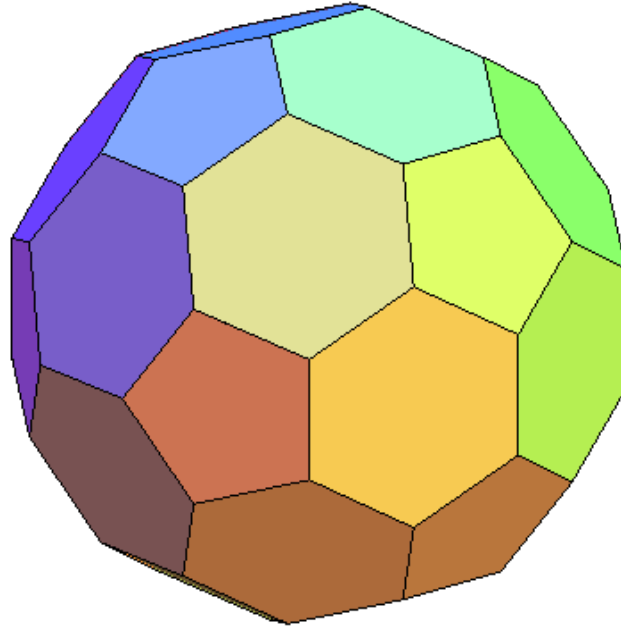
Какую часть ребер должны отсекают плоскости от правильного икосаэдра, чтобы получился усеченный икосаэдр?



Ответ: Одну третью часть.

## Упражнение 6

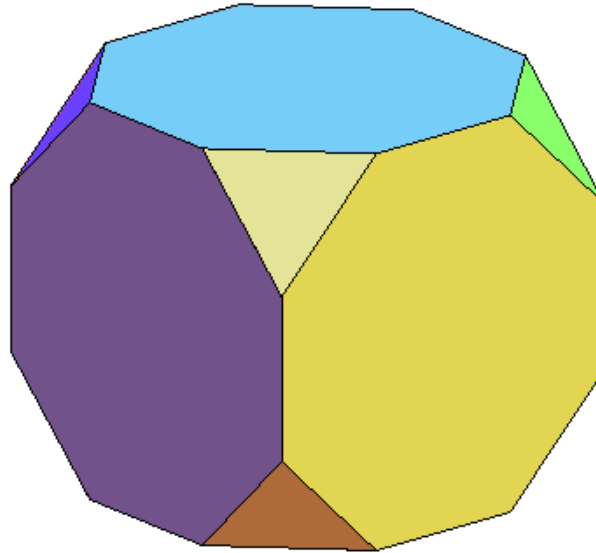
Из каких граней состоит усеченный октаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Двадцать шестиугольных и двенадцать пятиугольных граней;  $B = 60$ ,  $P = 90$ ,  $G = 32$ .

## Упражнение 7

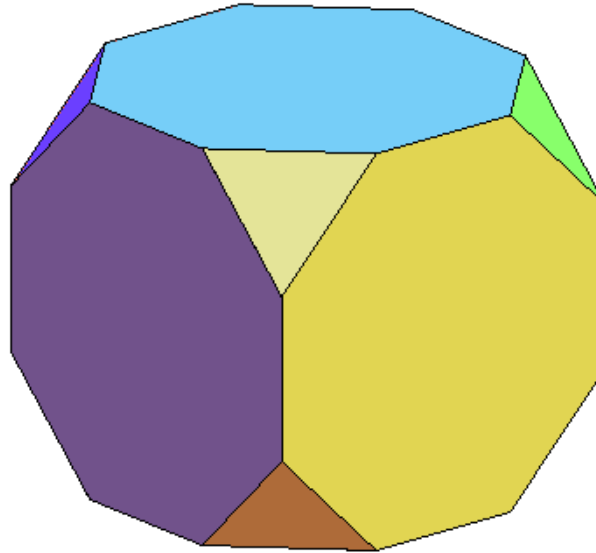
Ребро куба равно 1. Найдите ребро полученного из него усеченного куба.



Ответ:  $\sqrt{2}-1$ .

## Упражнение 8

Из каких граней состоит усеченный куб? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?

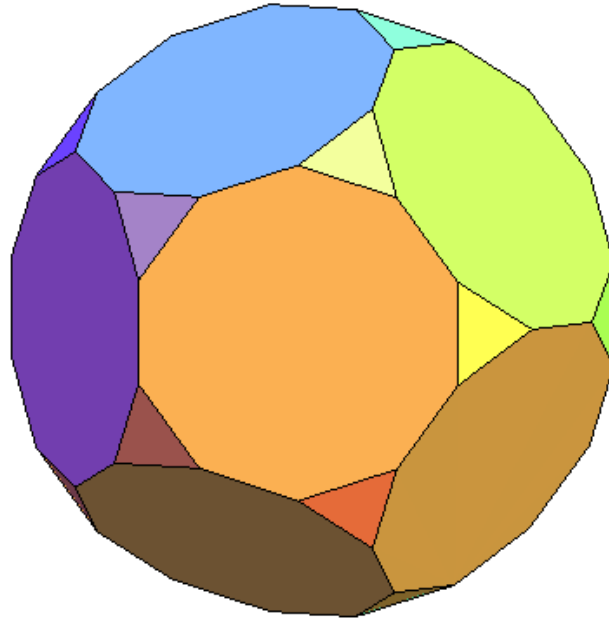


**Ответ:** Шесть восьмиугольных и восемь треугольных граней;  $V = 24$ ,  $P = 36$ ,  $G = 14$ .



## Упражнение 9

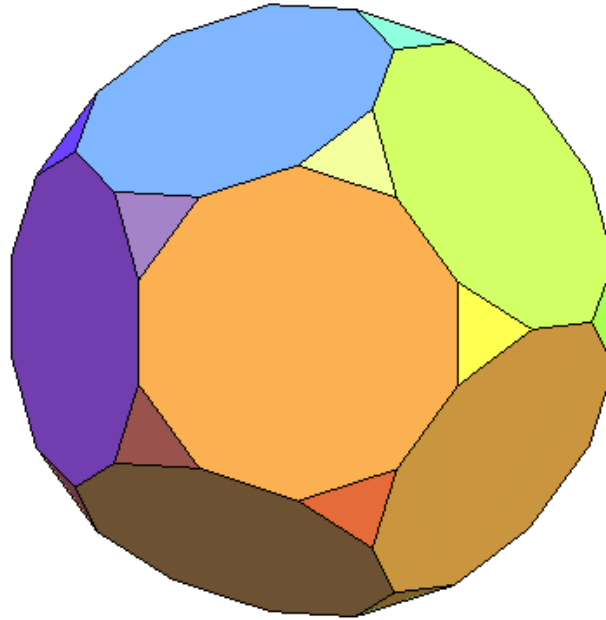
Ребро додекаэдра равно 1. Найдите ребро полученного из него усеченного додекаэдра.



Ответ:  $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ .

## Упражнение 10

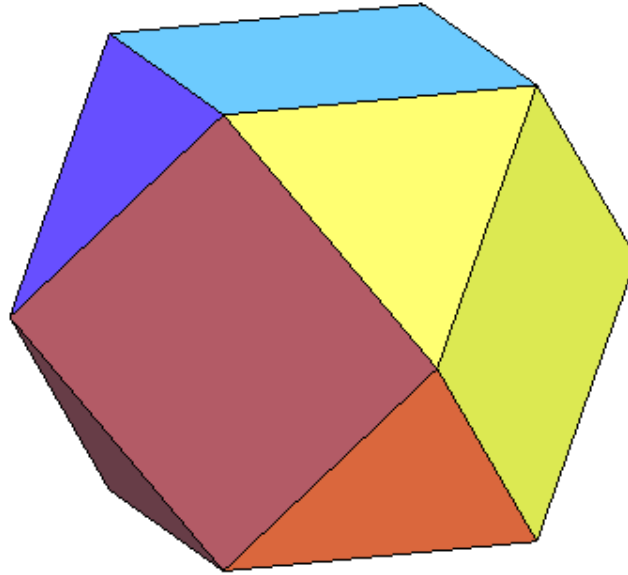
Из каких граней состоит усеченный додекаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Двенадцать десятиугольных и двадцать треугольных граней;  $V = 60$ ,  $P = 90$ ,  $G = 32$ .

## Упражнение 11

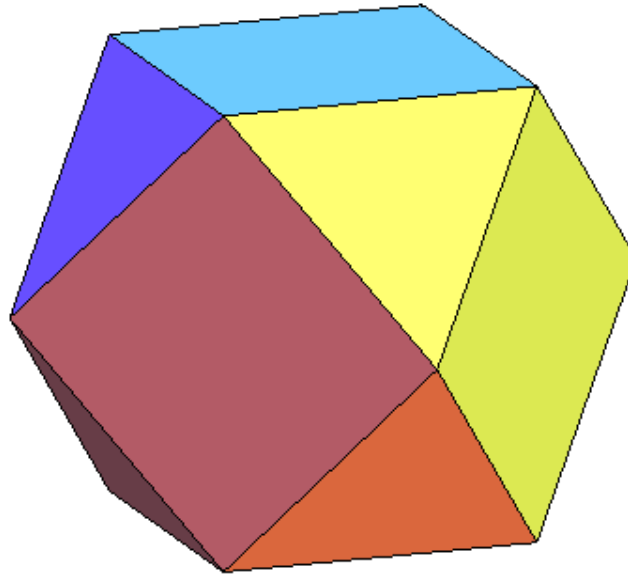
Ребро куба равно 1. Найдите ребро полученного из него кубооктаэдра.



Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

## Упражнение 12

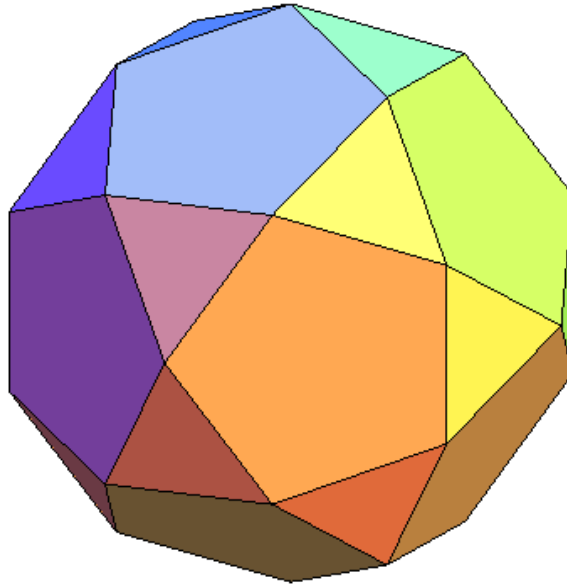
Из каких граней состоит кубоктаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Шесть квадратных и восемь треугольных граней;  $V = 12$ ,  
 $P = 24$ ,  $G = 14$ .

## Упражнение 13

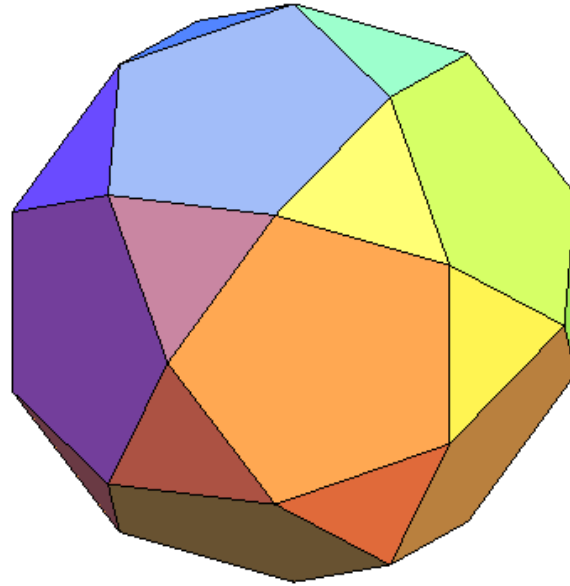
Ребро додекаэдра равно 1. Найдите ребро полученного из него икосододекаэдра.



Ответ:  $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ .

## Упражнение 14

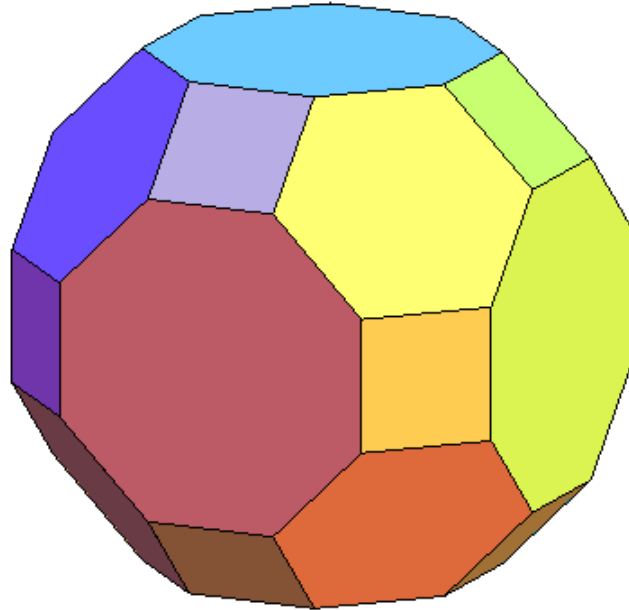
Из каких граней состоит икосододекаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Двенадцать пятиугольных и двадцать треугольных граней;  $V = 30$ ,  $P = 60$ ,  $G = 32$ .

## Упражнение 15

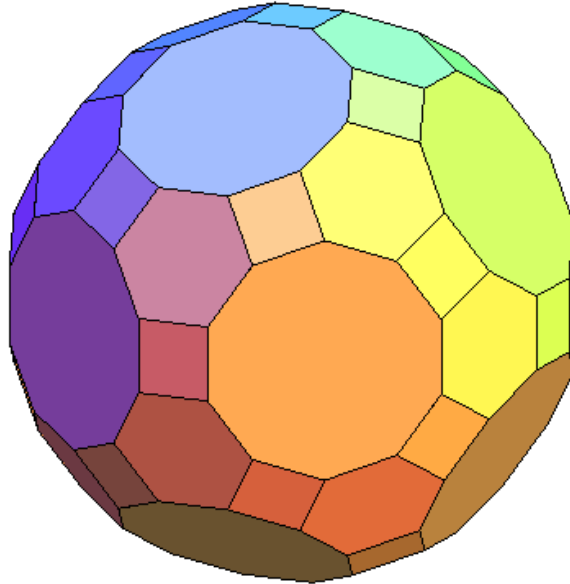
Из каких граней состоит усеченный кубookтаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Шесть восьмиугольных, восемь шестиугольных и двенадцать квадратных граней;  $V = 48$ ,  $P = 72$ ,  $G = 26$ .

## Упражнение 16

Из каких граней состоит усеченный икосододекаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?

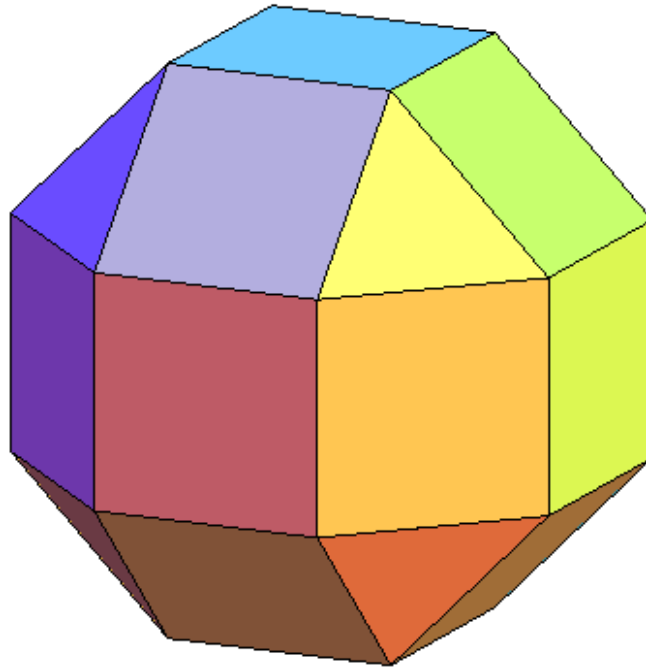


**Ответ:** Двенадцать десятиугольных, двадцать шестиугольных и тридцать квадратных граней;  $V = 120$ ,  $P = 180$ ,  $G = 62$ .



## Упражнение 17

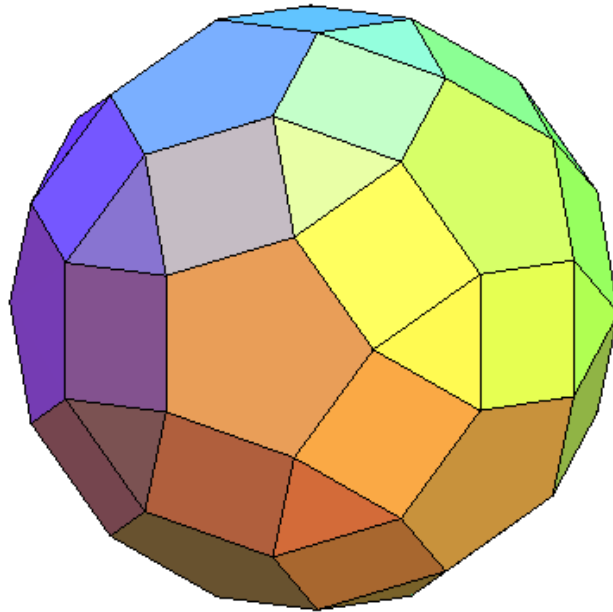
Из каких граней состоит ромбокубооктаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Восемнадцать квадратных и восемь треугольных граней;  
 $V = 24$ ,  $P = 48$ ,  $G = 26$ .

## Упражнение 18

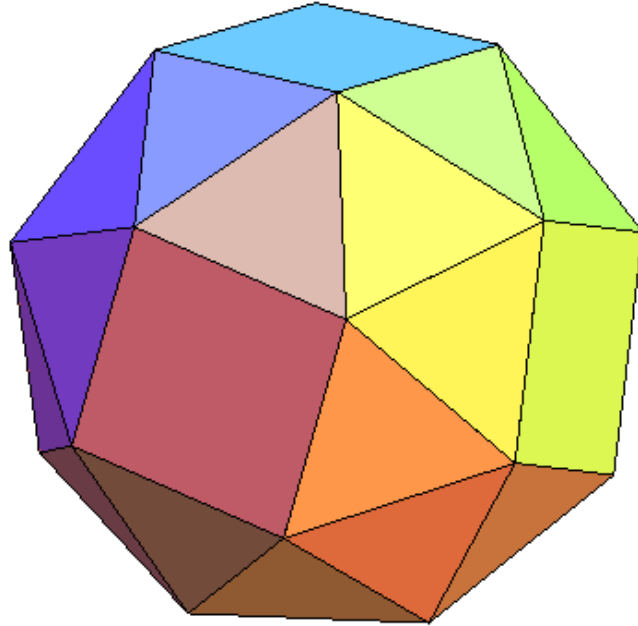
Из каких граней состоит ромбоикосододекаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Двенадцать пятиугольных, тридцать квадратных и двадцать треугольных граней;  $V = 60$ ,  $P = 120$ ,  $G = 62$ .

## Упражнение 19

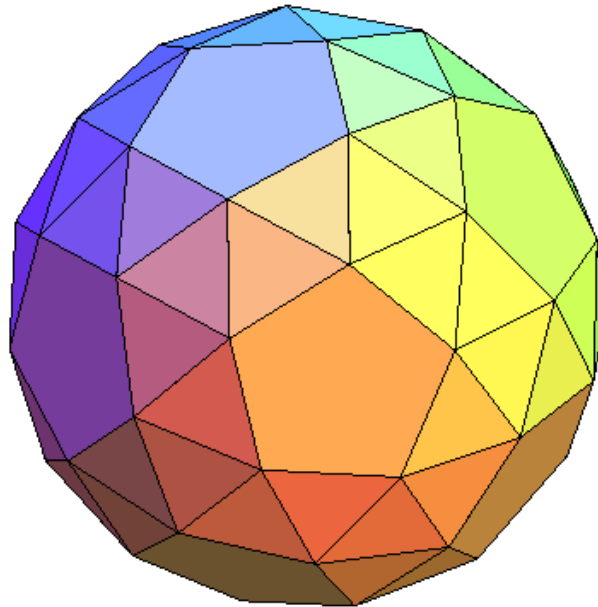
Из каких граней состоит курносый куб? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



**Ответ:** Шесть квадратных и тридцать две треугольных граней;  $V = 24$ ,  $P = 60$ ,  $G = 38$ .

## Упражнение 20

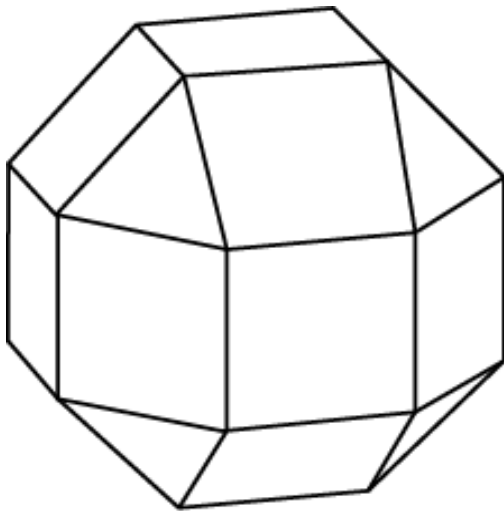
Из каких граней состоит курносый додекаэдр? Сколько у него вершин (В), ребер (Р) и граней (Г)?



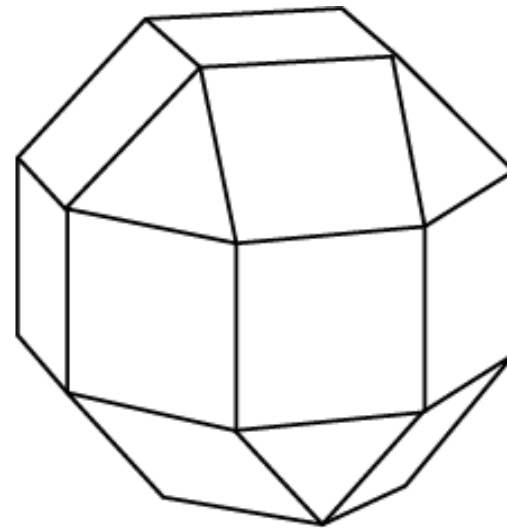
**Ответ:** Двенадцать пятиугольных и восемьдесят треугольных граней;  $B = 60$ ,  $P = 150$ ,  $G = 92$ .

## Упражнение 21

На рисунке б) изображён многогранник, который называется псевдоархимедовым. Как он получен из ромбокубооктаэдра (рис. а)? Является ли он полуправильным многогранником?



а)

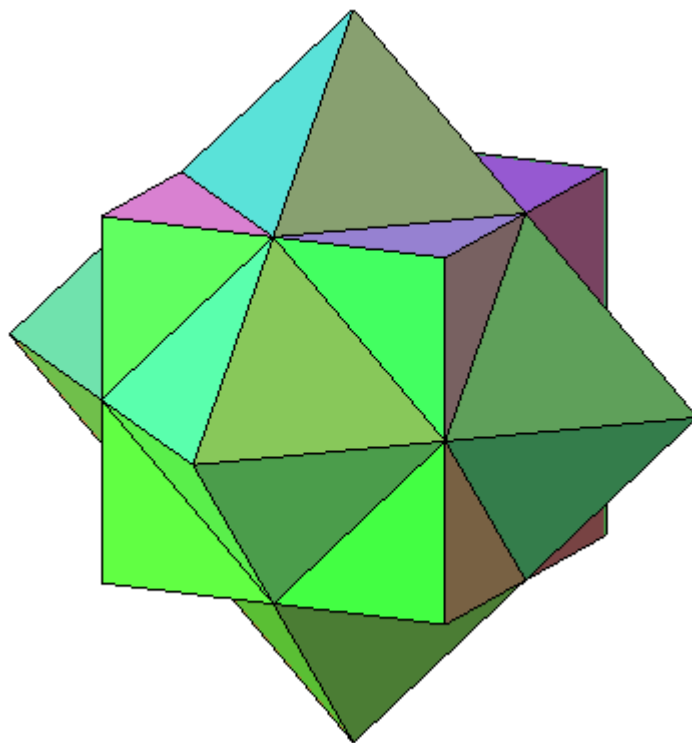


б)

**Ответ:** Этот многогранник получается из ромбокубооктаэдра поворотом нижней восьмиугольной чаши на  $45^\circ$ . Он не является полуправильным многогранником.

## Упражнение 21

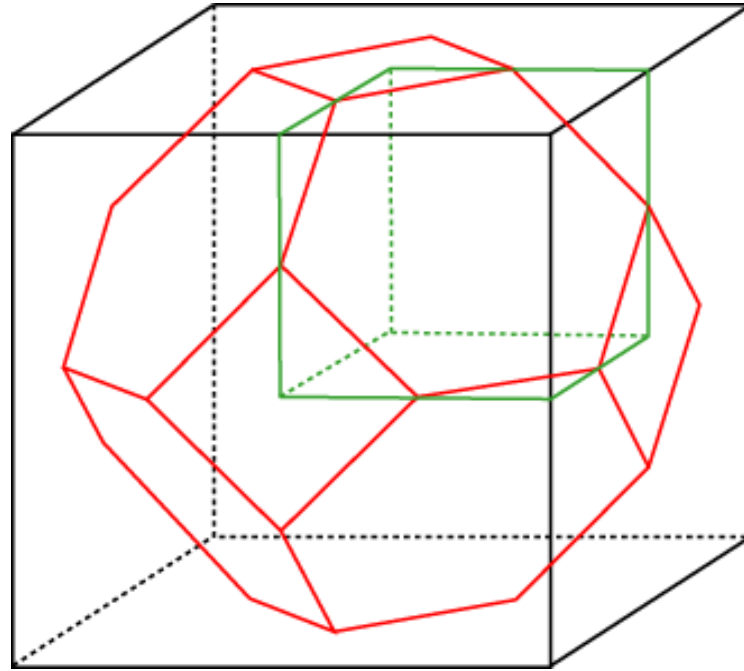
Объединением каких многогранников является многогранник, представленный на рисунке? Какой многогранник является их пересечением?



**Ответ:** Куб и октаэдр. Их пересечением является кубооктаэдр.

## Упражнение 22

Разрежьте четыре равных куба на две части каждый и сложите из них усеченный октаэдр.

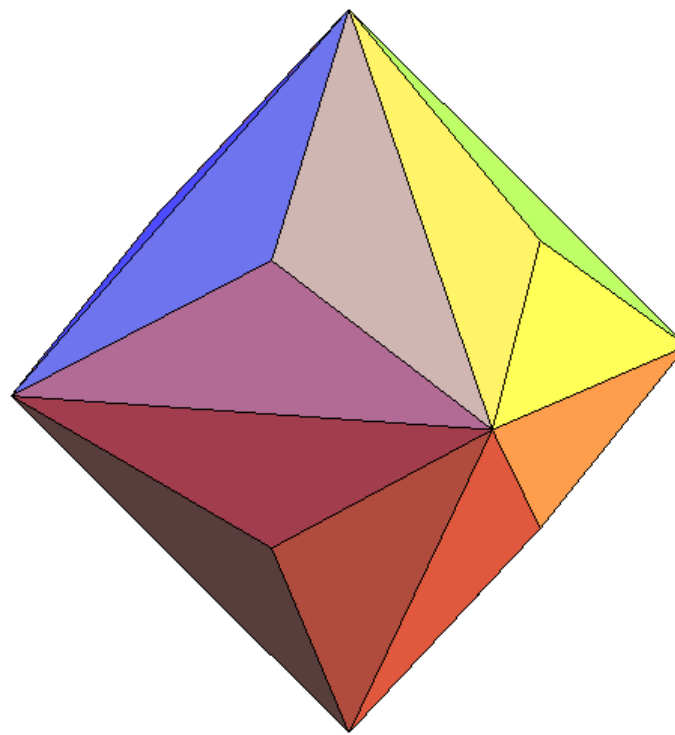
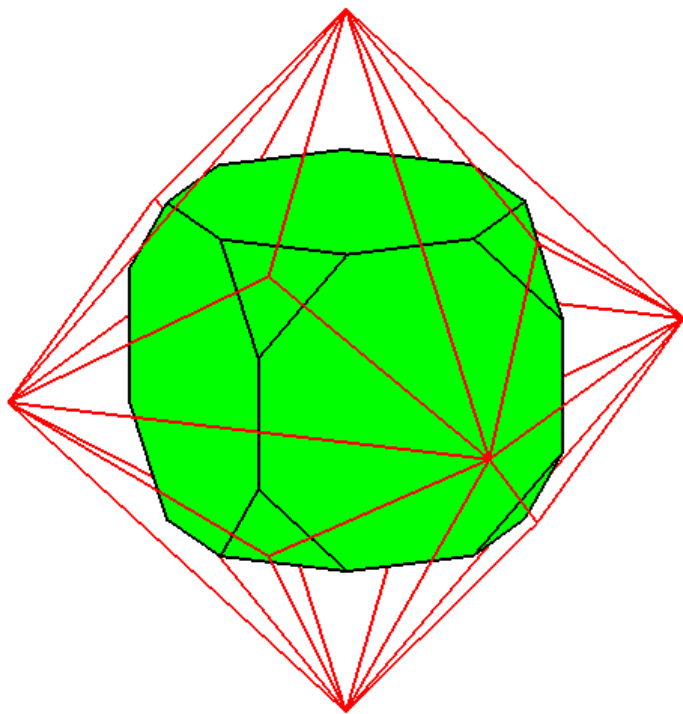


**Ответ:** Решение представлено на рисунке. Каждый куб разрезается на две равные части так, что сечениями являются правильные шестиугольники.

## Усеченный куб'

Выпуклый многогранник называется **равногранно полуправильным**, если его гранями являются равные многоугольники и все многогранные углы – правильные. Эти многогранники двойственны полуправильным многогранникам.

На рисунке показан многогранник, двойственный усеченному кубу. Его гранями являются равные треугольники. Сколько их?

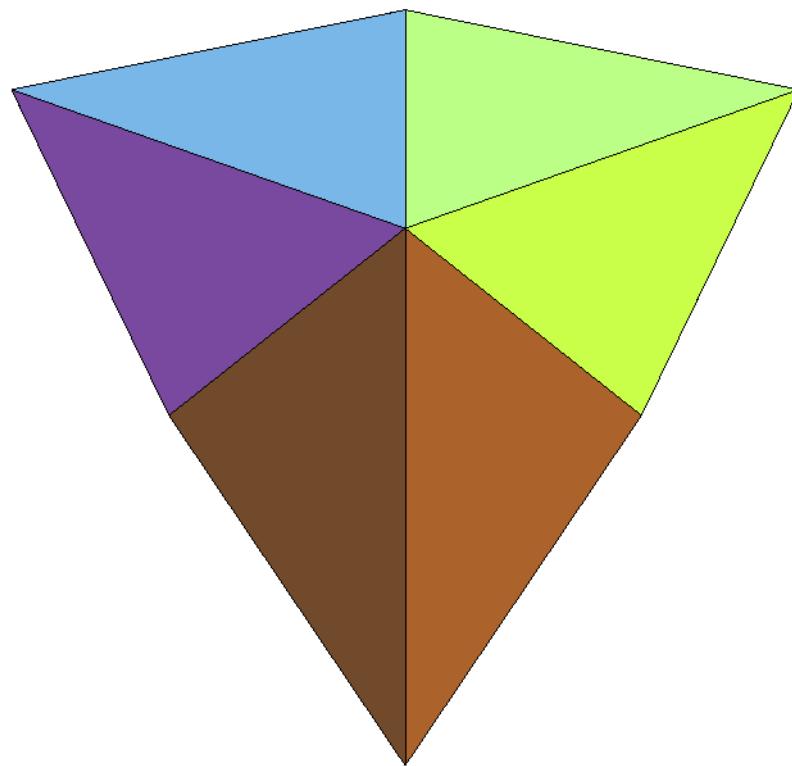
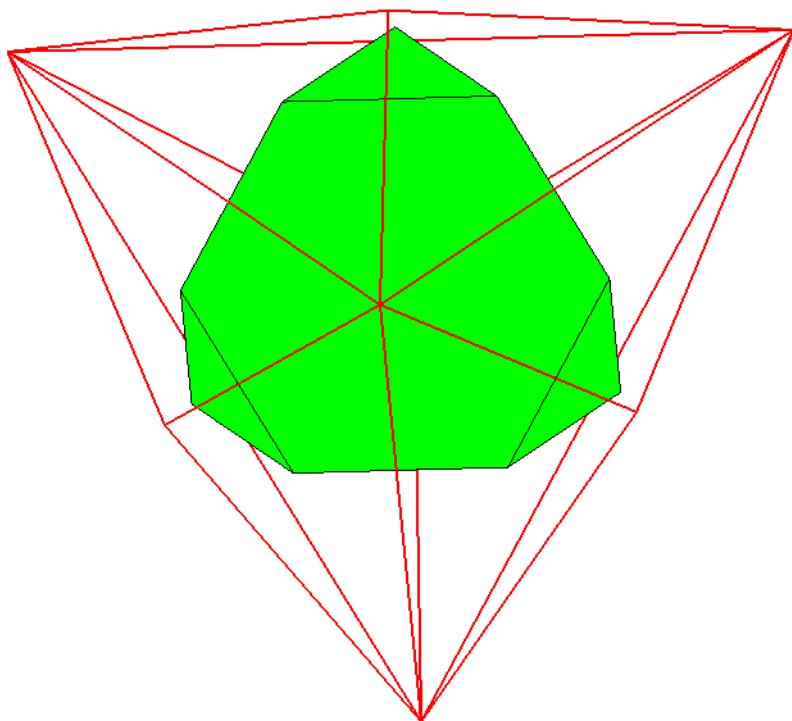


Ответ: 24.



## Усеченный тетраэдр'

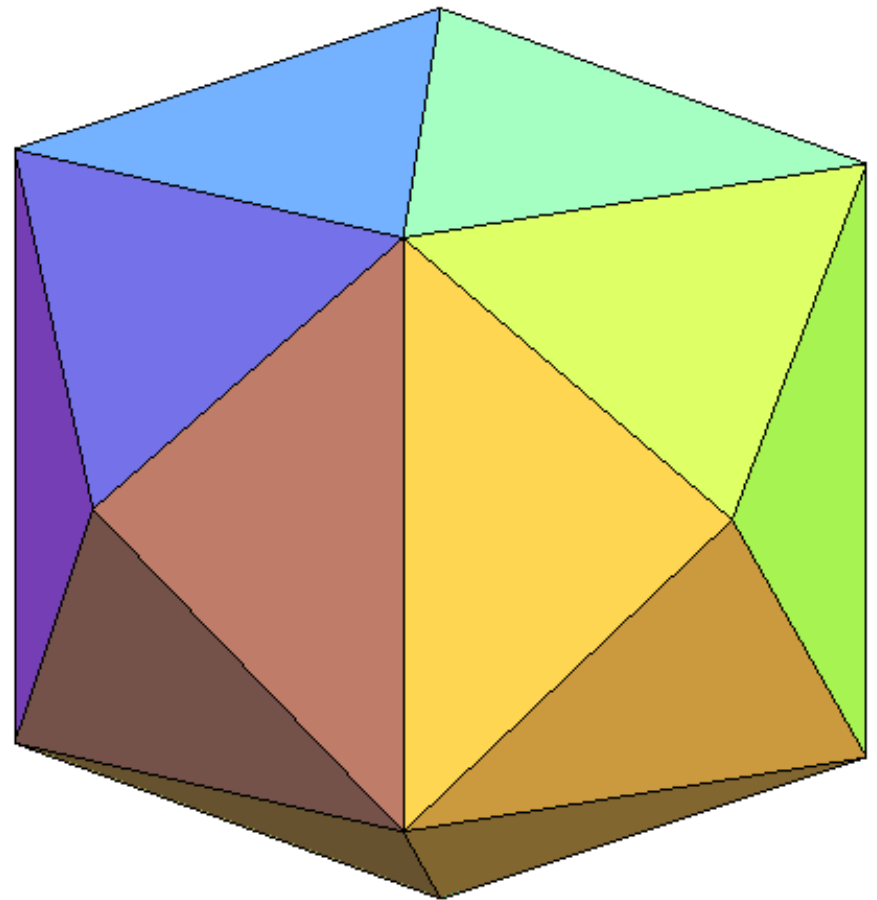
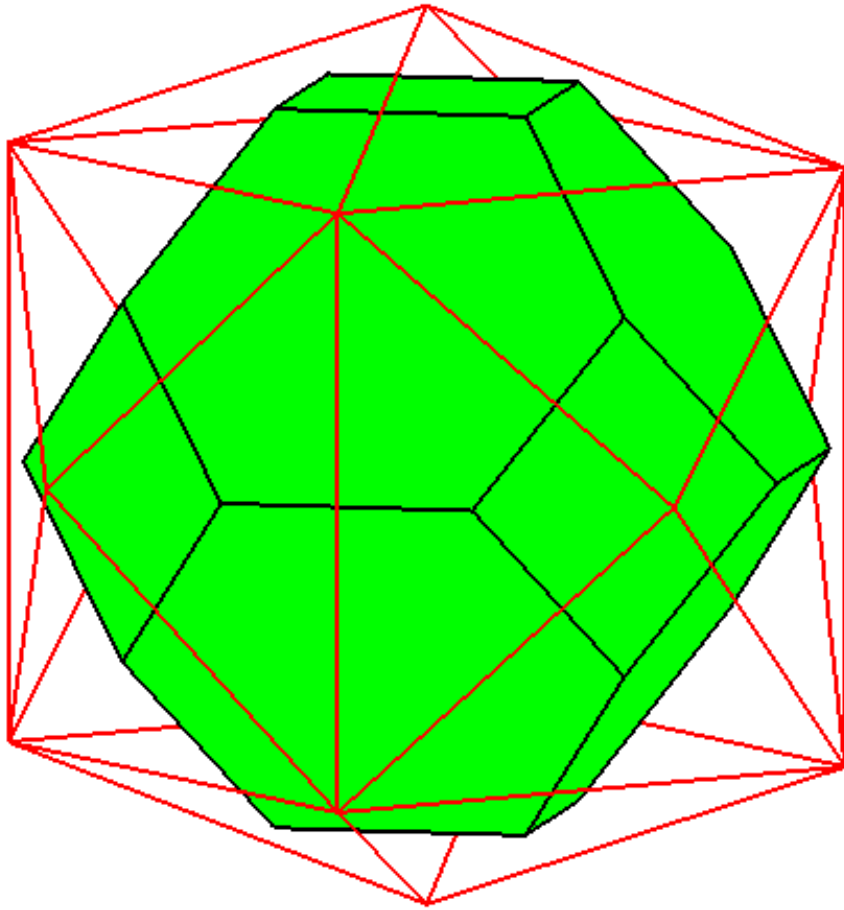
На рисунке показан многогранник, двойственный усеченному тетраэдру. Его гранями являются равные треугольники. Сколько их?



Ответ: 12.

## Усеченный октаэдр'

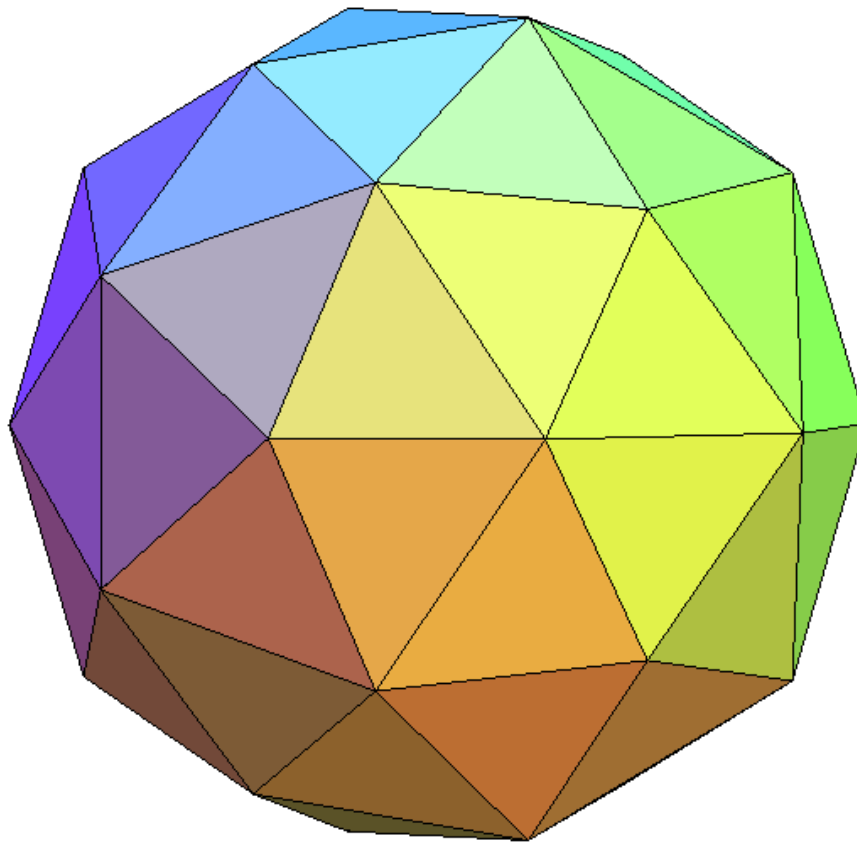
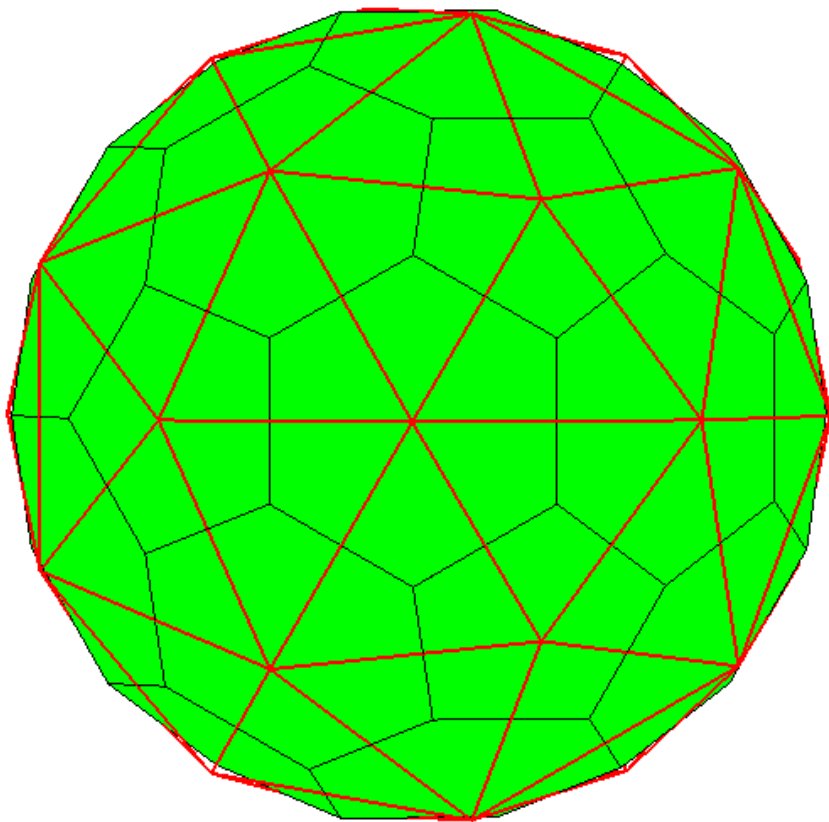
На рисунке показан многогранник, двойственный усеченному октаэдру. Его гранями являются равные треугольники. Сколько их?



Ответ: 24.

## Усеченный икосаэдр'

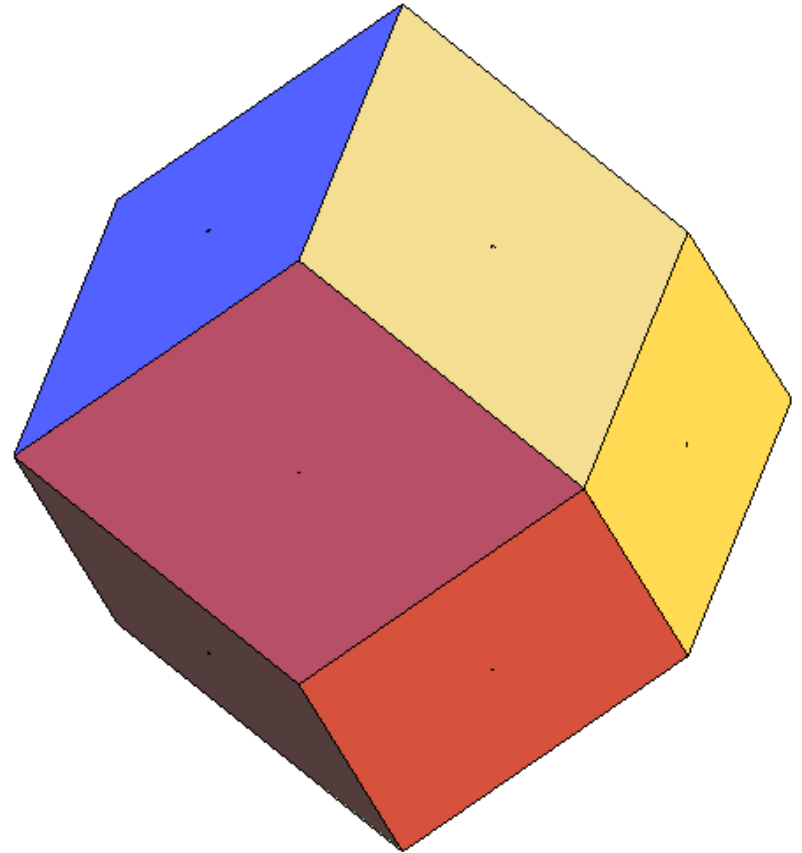
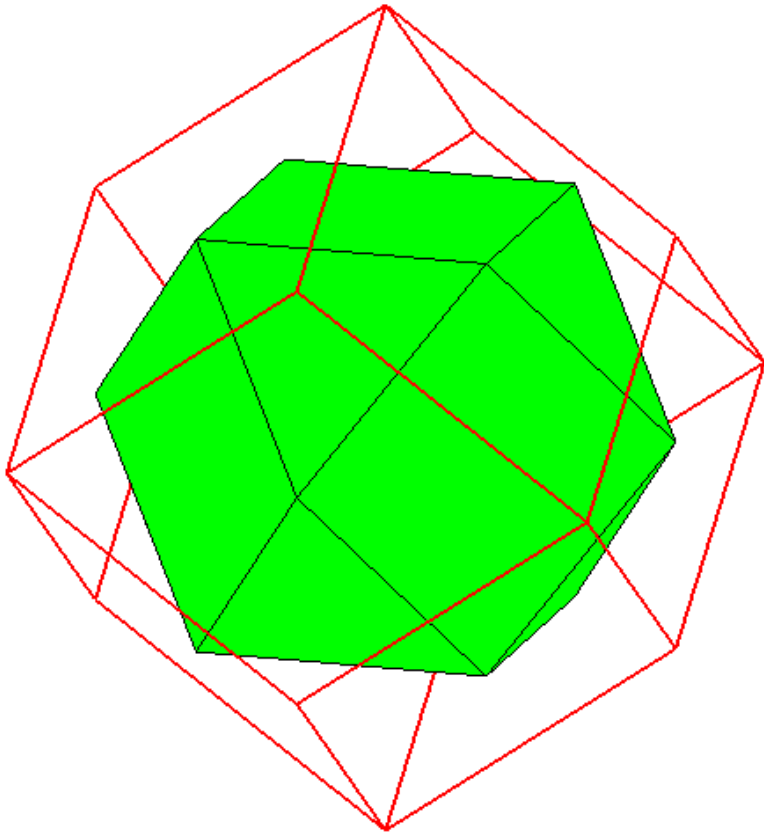
На рисунке показан многогранник, двойственный усеченному икосаэдру. Его гранями являются равные треугольники. Сколько их?



Ответ: 60.

## Кубооктаэдр'

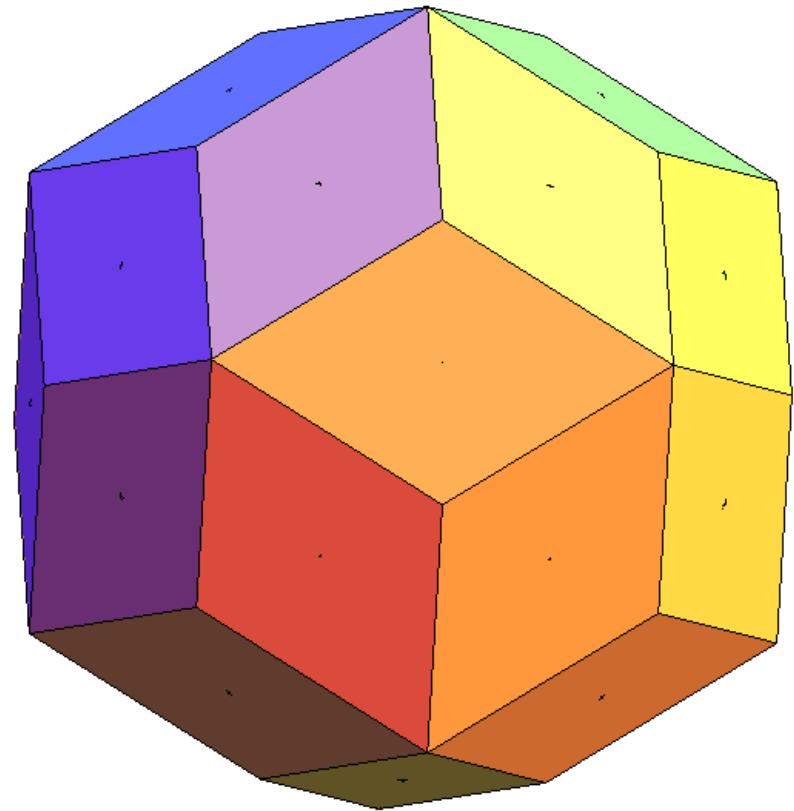
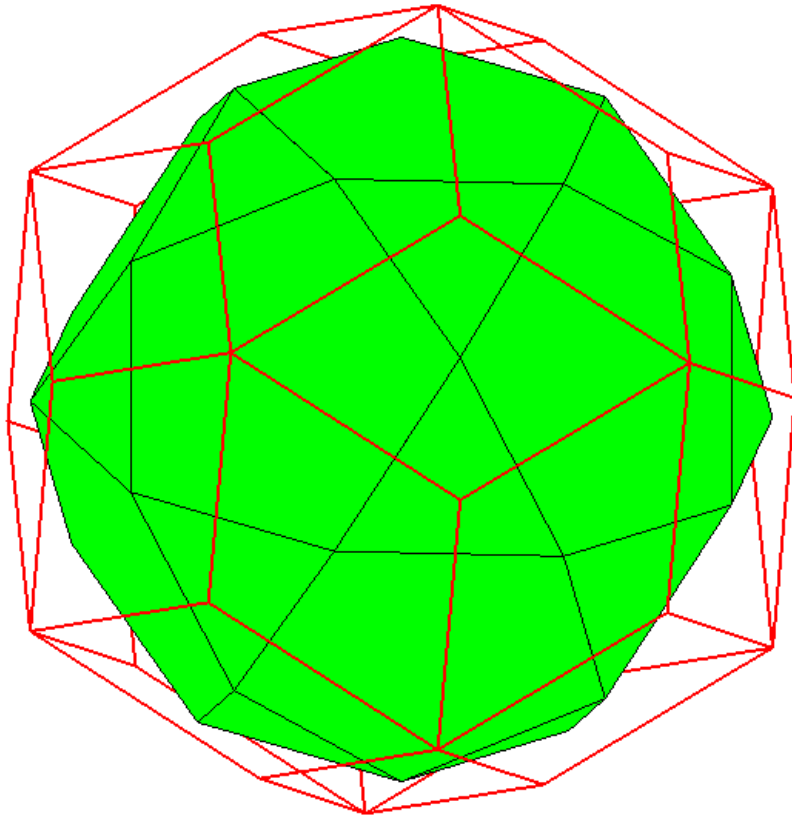
На рисунке показан многогранник, двойственный кубооктаэдру. Его гранями являются равные ромбы. Сколько их?



Ответ: 12.

## Икосододекаэдр'

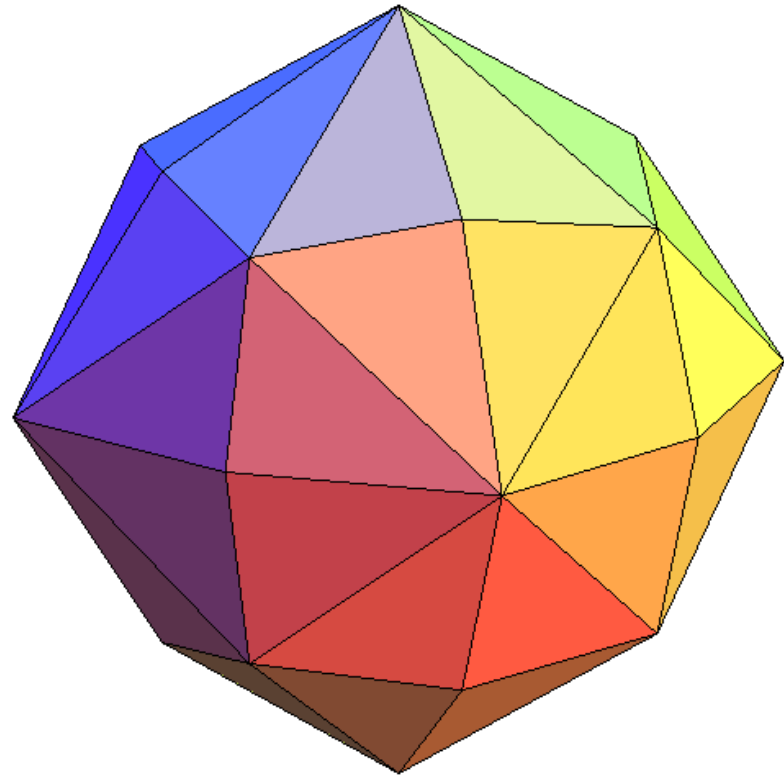
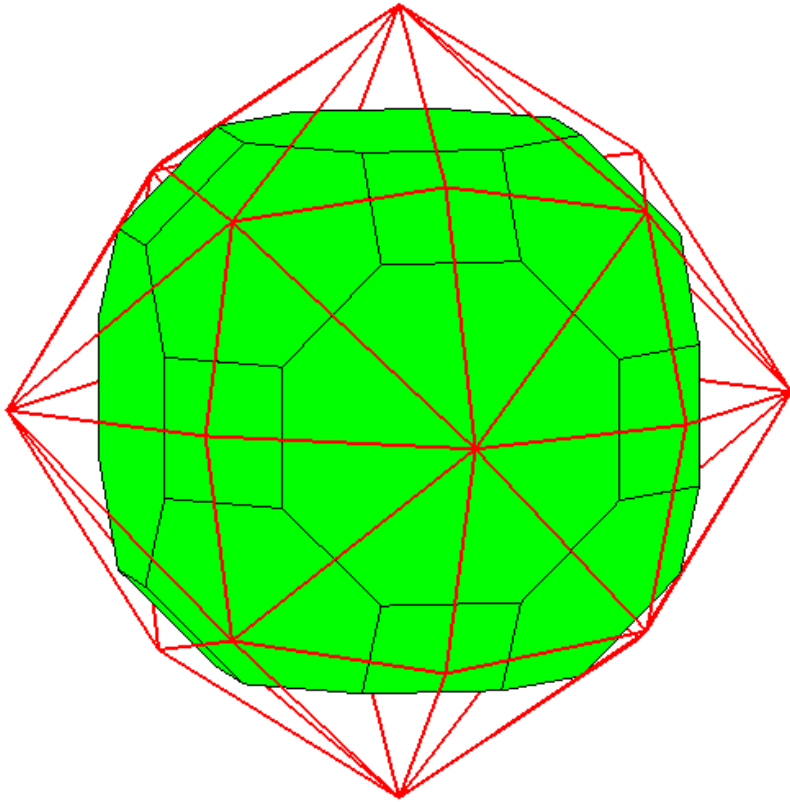
На рисунке показан многогранник, двойственный икосододекаэдру. Его гранями являются равные ромбы. Сколько их?



Ответ: 30.

## Усеченный кубоктаэдр'

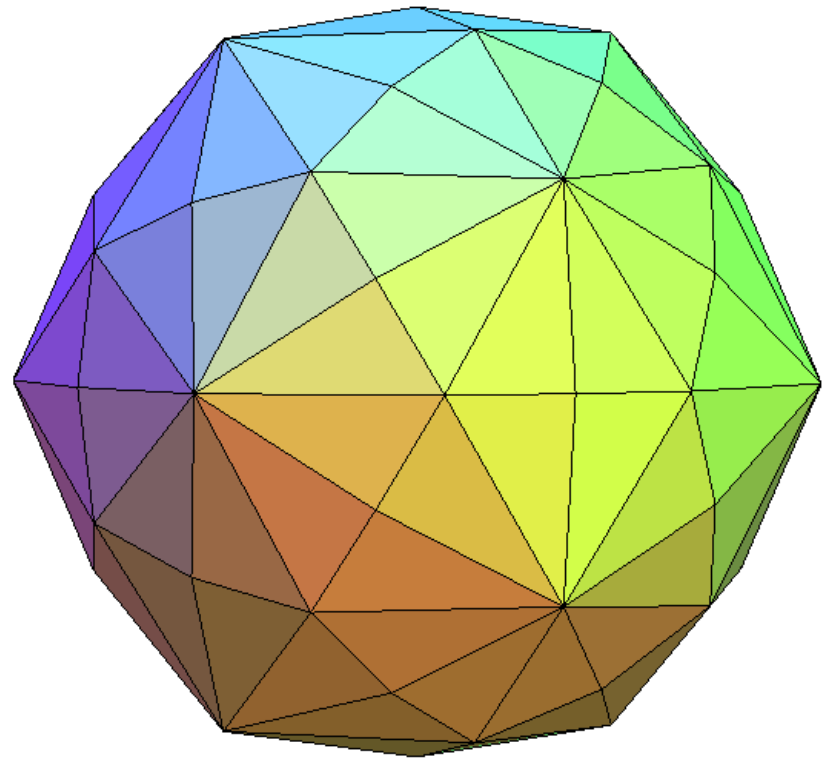
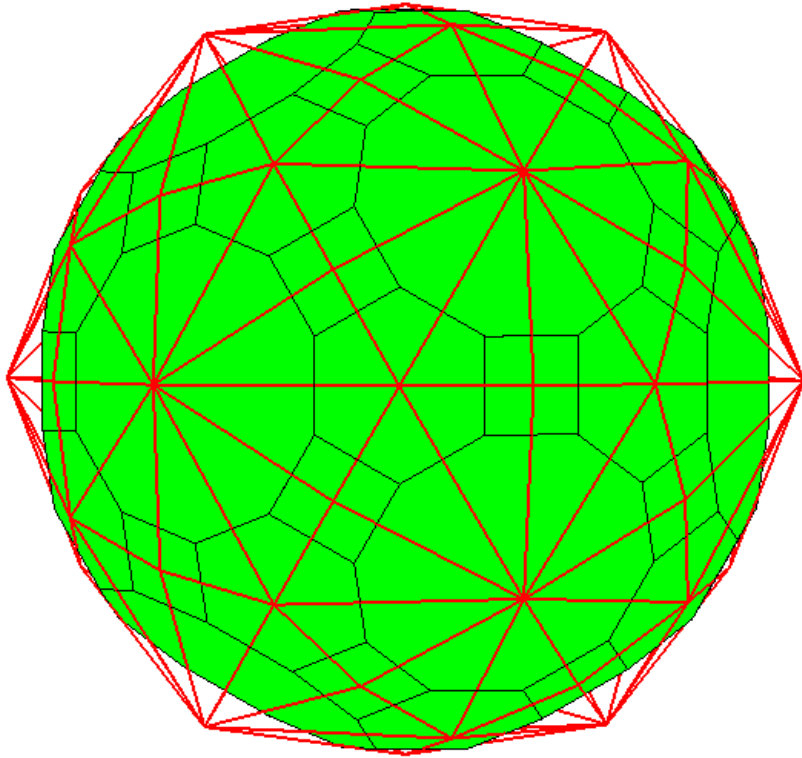
На рисунке показан многогранник, двойственный усеченному кубоктаэдру. Его гранями являются равные ромбы. Сколько их?



Ответ: 48.

## Усеченный икосододекаэдр'

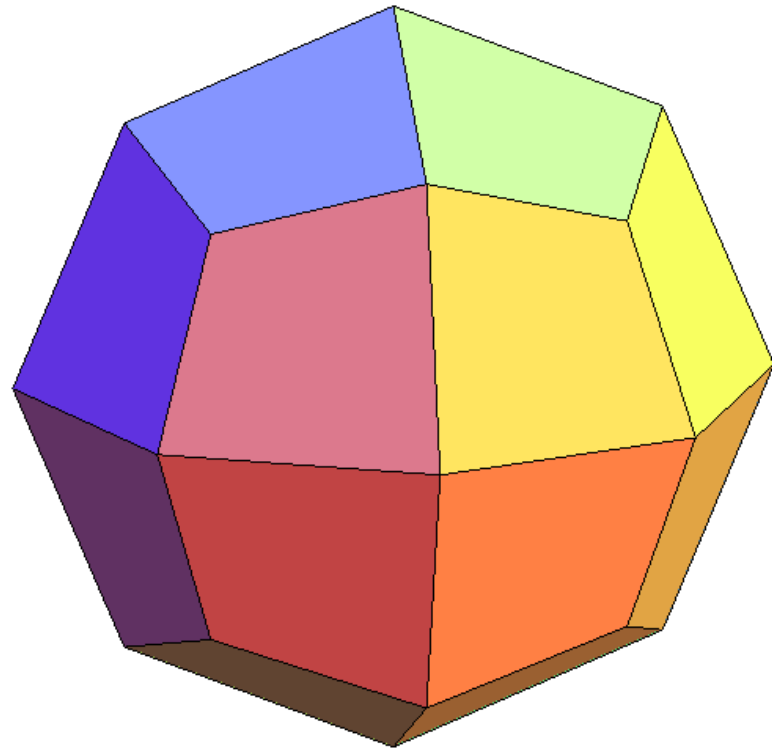
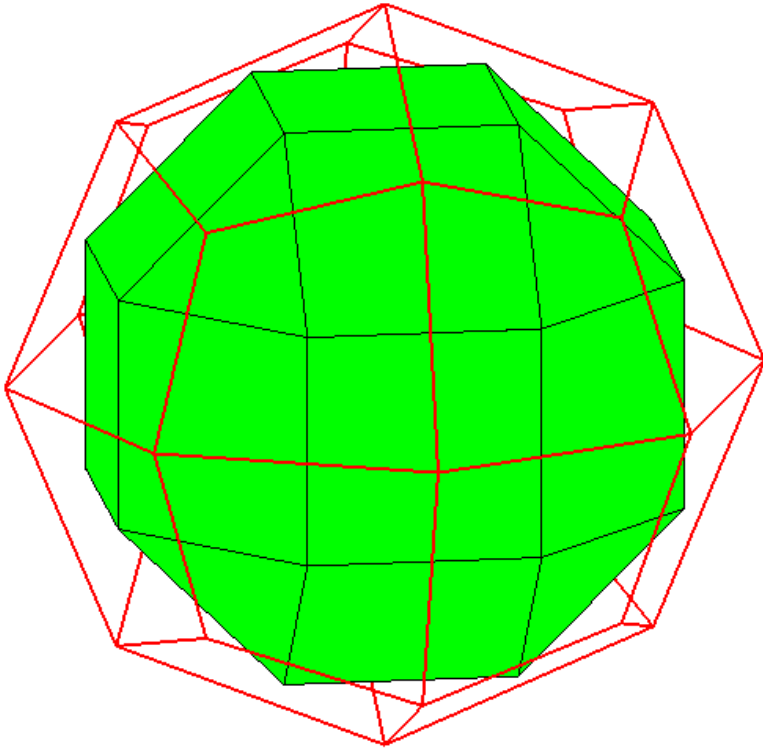
На рисунке показан многогранник, двойственный усеченному икосододекаэдру. Его гранями являются равные ромбы. Сколько их?



Ответ: 120.

## Ромбокубооктаэдр'

На рисунке показан многогранник, двойственный ромбокубооктаэдру. Его гранями являются равные четырехугольники. Сколько их?

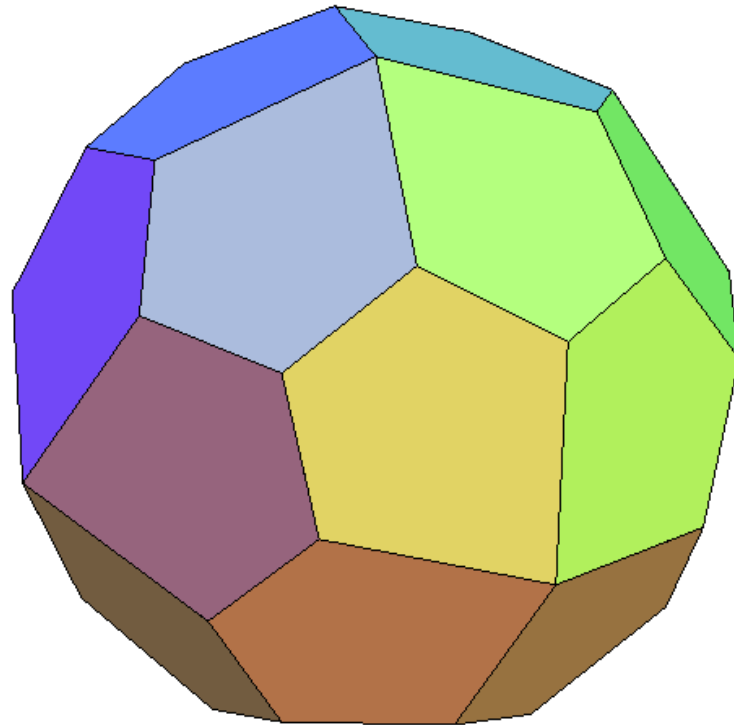
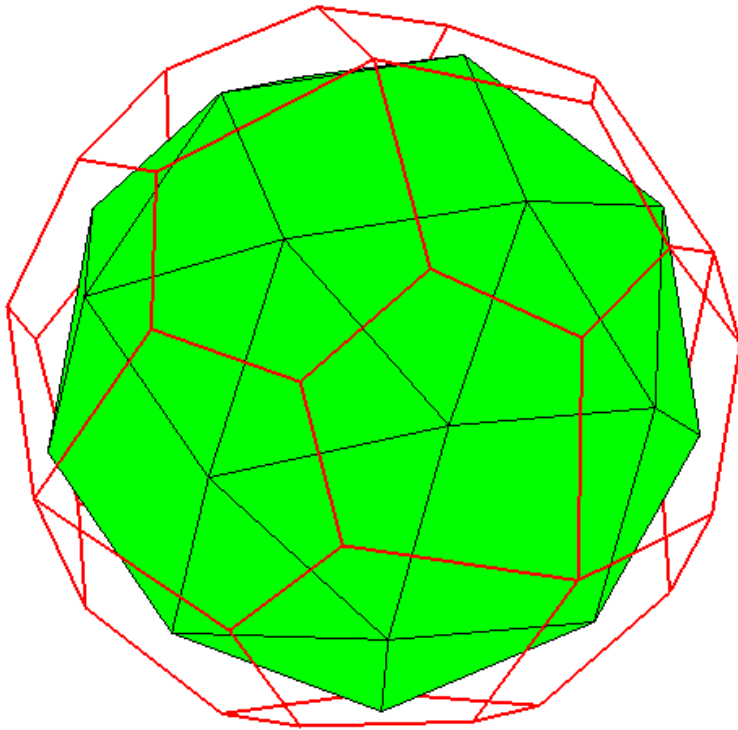


Ответ: 24.



## Курносый куб'

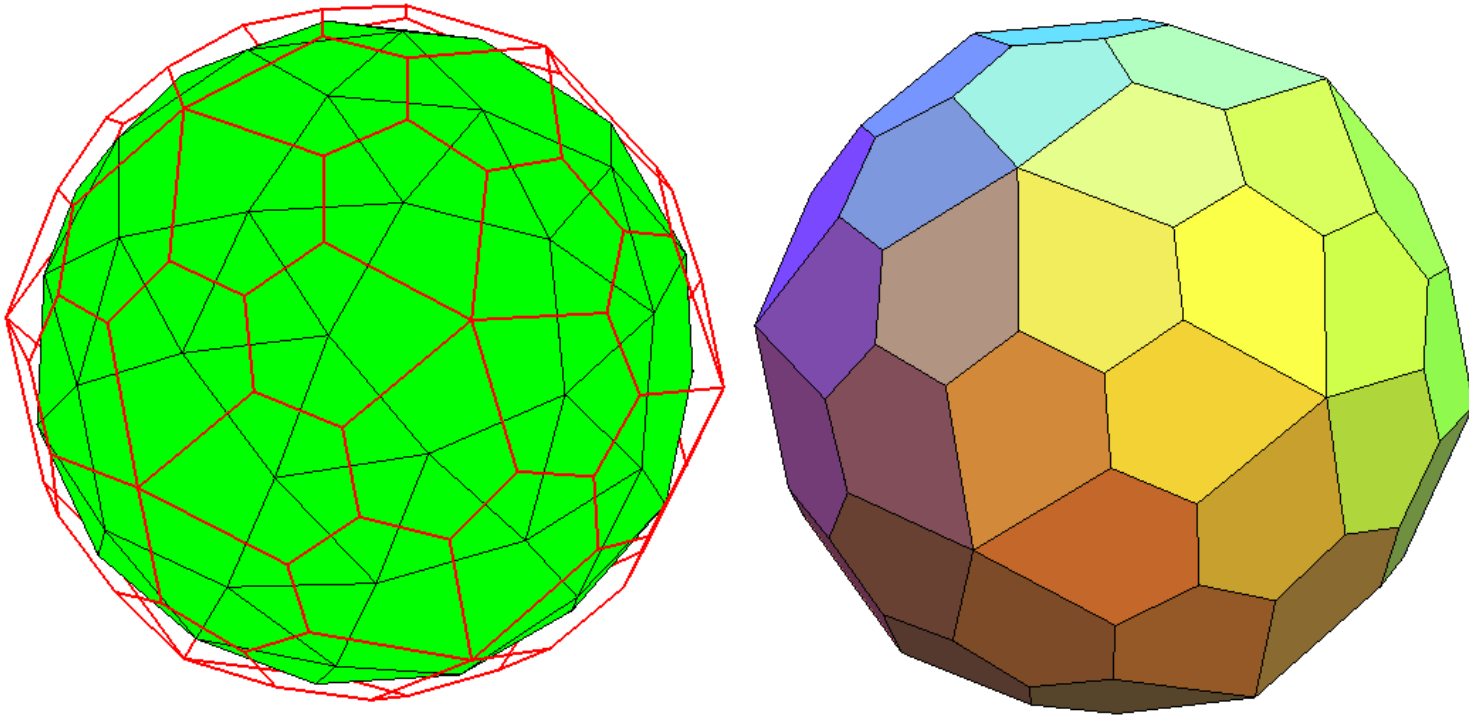
На рисунке показан многогранник, двойственный курносому кубу. Его гранями являются равные пятиугольники. Сколько их?



Ответ: 24.

## Курносый додекаэдр'

На рисунке показан многогранник, двойственный курносому додекаэдру. Его гранями являются равные пятиугольники. Сколько их?



Ответ: 60.