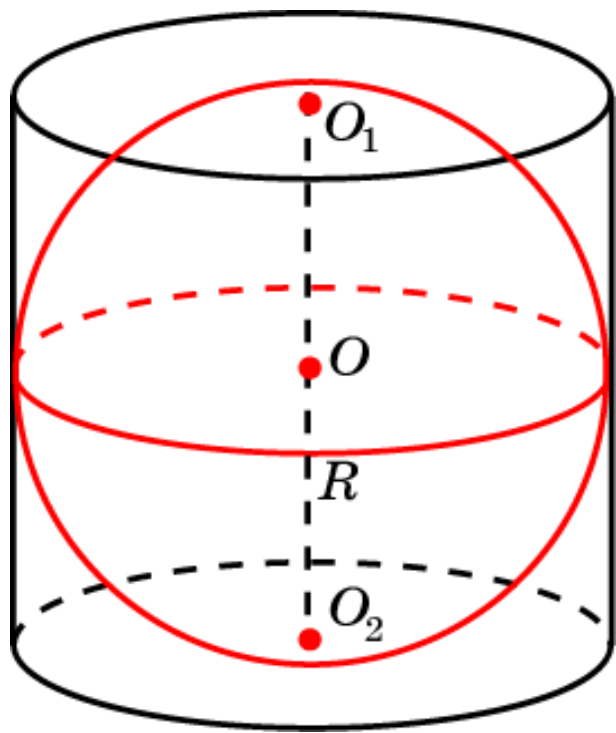


Сфера, вписанная в цилиндр

Сфера называется вписанной в цилиндр, если она касается его оснований и боковой поверхности (касается каждой образующей). При этом цилиндр называется описанным около сферы.



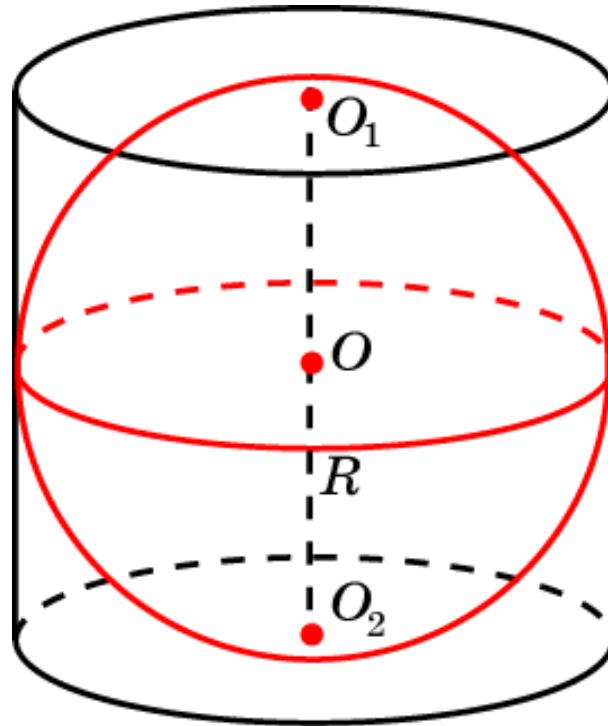
В цилиндр можно вписать сферу, если высота цилиндра равна диаметру его основания.

Ее центром будет точка O , являющаяся серединой отрезка, соединяющего центры оснований O_1 и O_2 цилиндра.

Радиус сферы R будет равен радиусу окружности основания цилиндра.

Упражнение 1

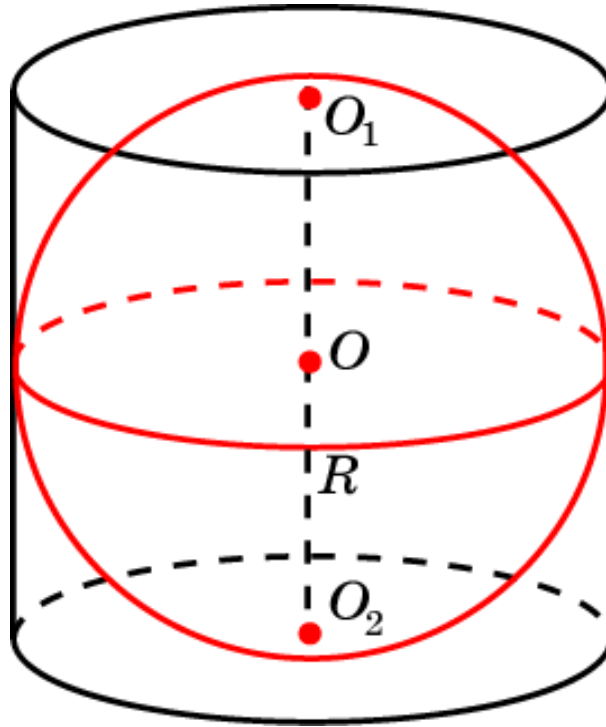
В цилиндр высоты 2 вписана сфера. Найдите ее радиус.



Ответ: 1.

Упражнение 2

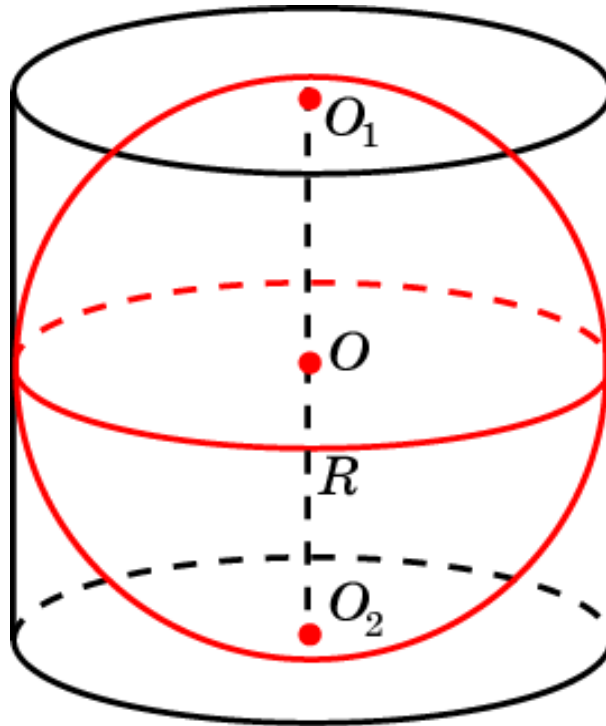
В цилиндр вписана сфера радиуса 1. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: 2.

Упражнение 3

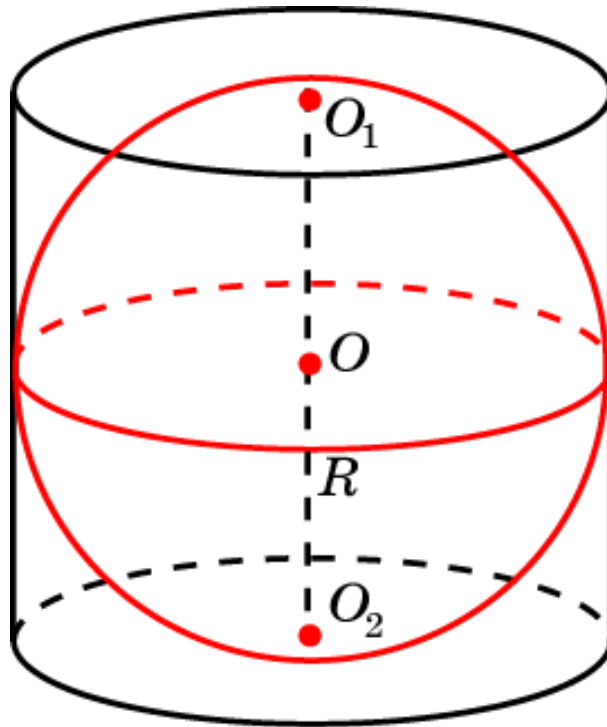
Радиус основания цилиндра равен 2. Какой должна быть высота цилиндра, чтобы в него можно было вписать сферу?



Ответ: 4.

Упражнение 4

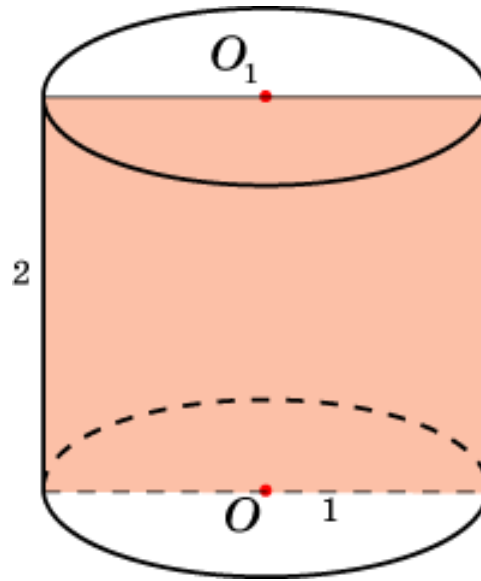
Высота цилиндра равна 2. Каким должен быть радиус основания цилиндра, чтобы в него можно было вписать сферу?



Ответ: 1.

Упражнение 5

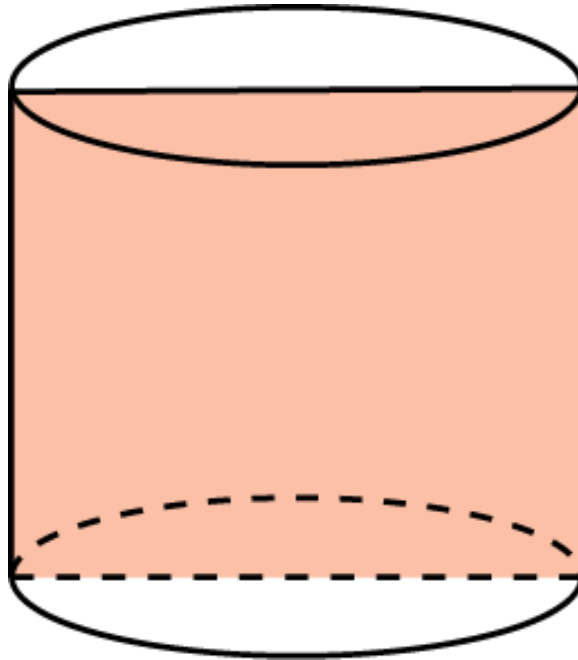
Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 1 и 2. Можно ли в этот цилиндр вписать сферу?



Ответ: Нет.

Упражнение 6

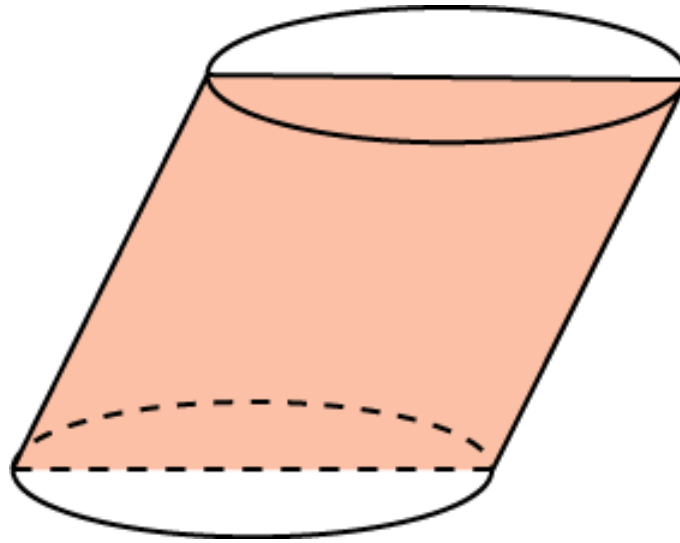
Осевым сечением цилиндра является квадрат. Можно ли в этот цилиндр вписать сферу?



Ответ: Да.

Упражнение 7

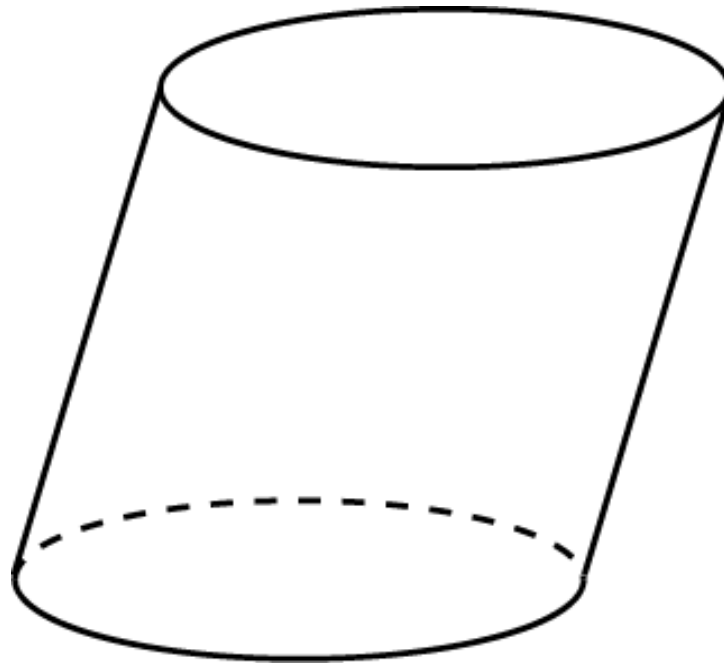
Можно ли вписать сферу в цилиндр, осевым сечением которого является ромб?



Ответ: Нет.

Упражнение 8

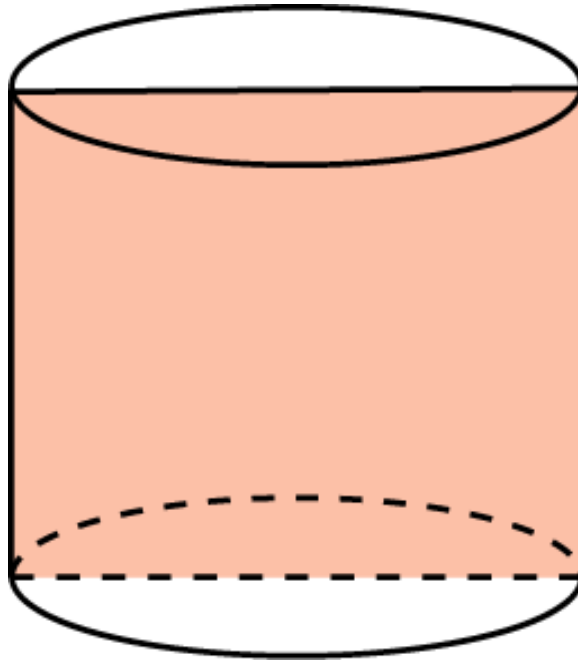
Можно ли вписать сферу в наклонный цилиндр?



Ответ: Нет.

Упражнение 9

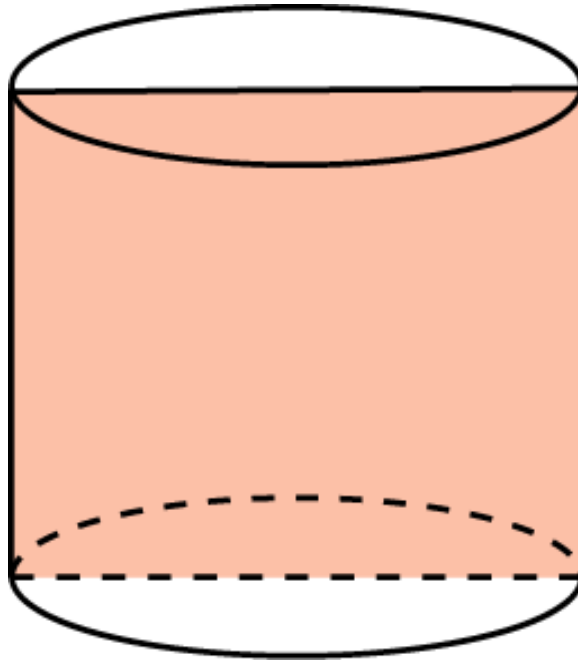
Площадь осевого сечения цилиндра, в который вписана сфера, равна 4 см^2 . Найдите диаметр сферы.



Ответ: 2 см.

Упражнение 10

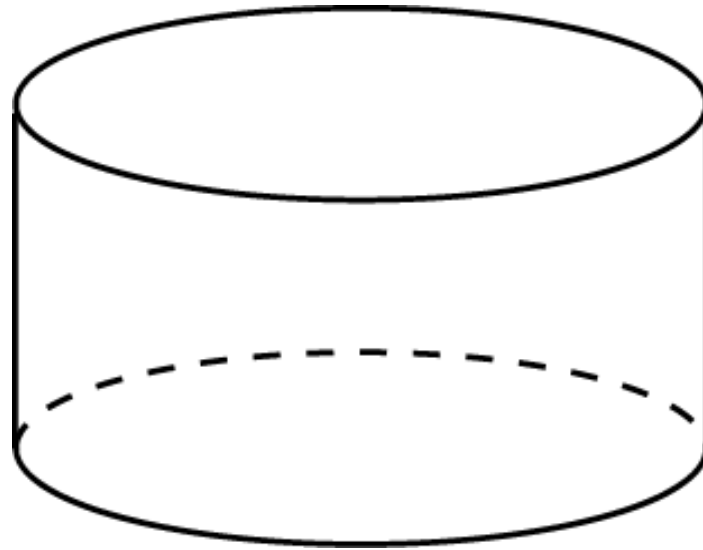
Периметр осевого сечения цилиндра, в который вписана сфера, равен 8 см. Найдите радиус сферы.



Ответ: 1 см.

Упражнение 11

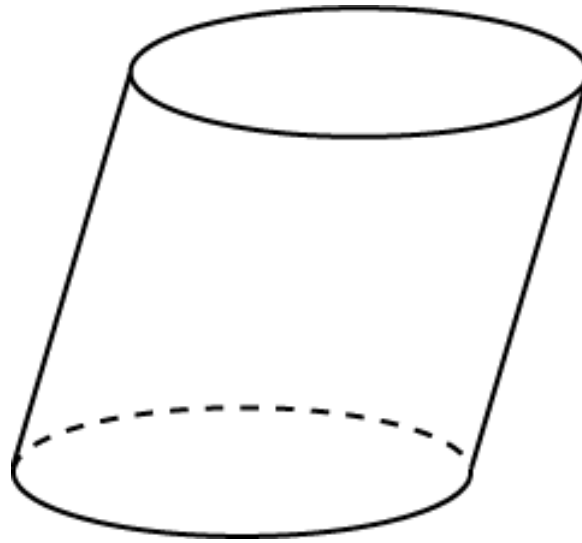
Какой наибольший радиус может быть у сферы, помещающейся в цилиндр, радиус основания которого равен 2, и высота 1.



Ответ: 0,5 см.

Упражнение 12

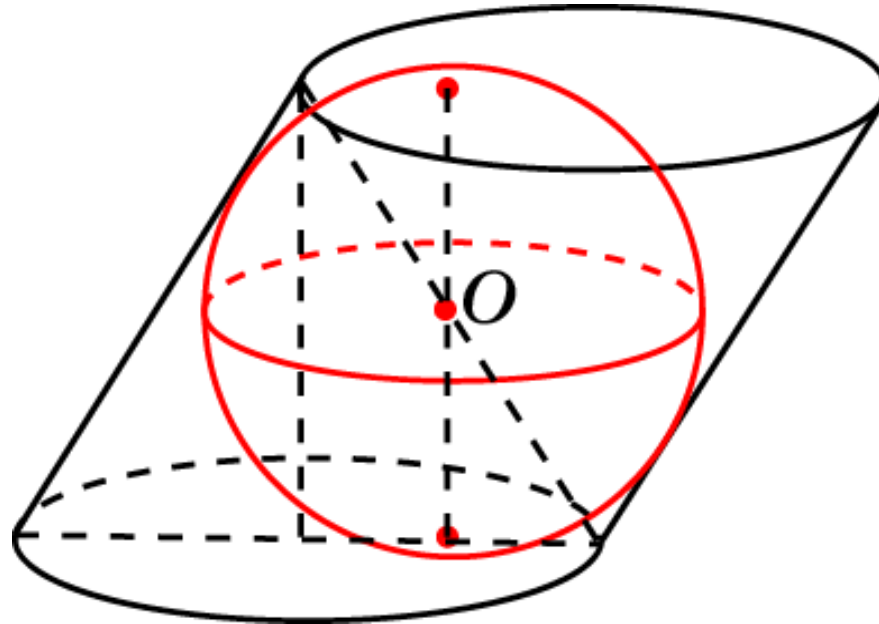
Можно ли сферу радиуса 1 поместить в наклонный цилиндр, радиус основания которого равен 1, а боковое ребро равно 2 и наклонено к плоскости основания под углом 60° .



Ответ: Нет.

Упражнение 13

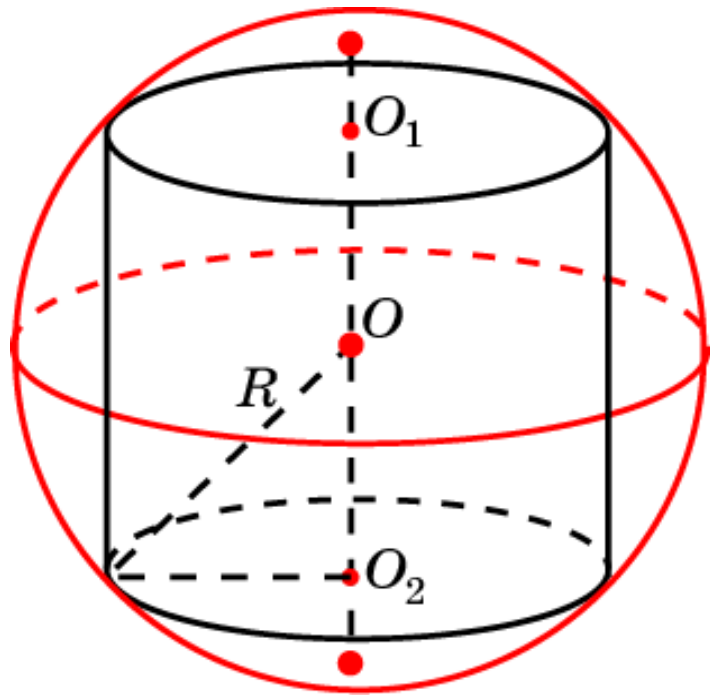
Какой наибольший радиус может быть у сферы, помещающейся в наклонный цилиндр, радиус основания которого равен 1, а боковое ребро равно 2 и наклонено к плоскости основания под углом 60° .



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Сфера, описанная около цилиндра

Цилиндр называется вписанным в сферу, если окружности оснований цилиндра лежат на сфере. При этом сфера называется описанной около цилиндра.



Около любого цилиндра можно описать сферу. Ее центром будет точка O , являющаяся серединой отрезка, соединяющего центры оснований O_1 и O_2 цилиндра.

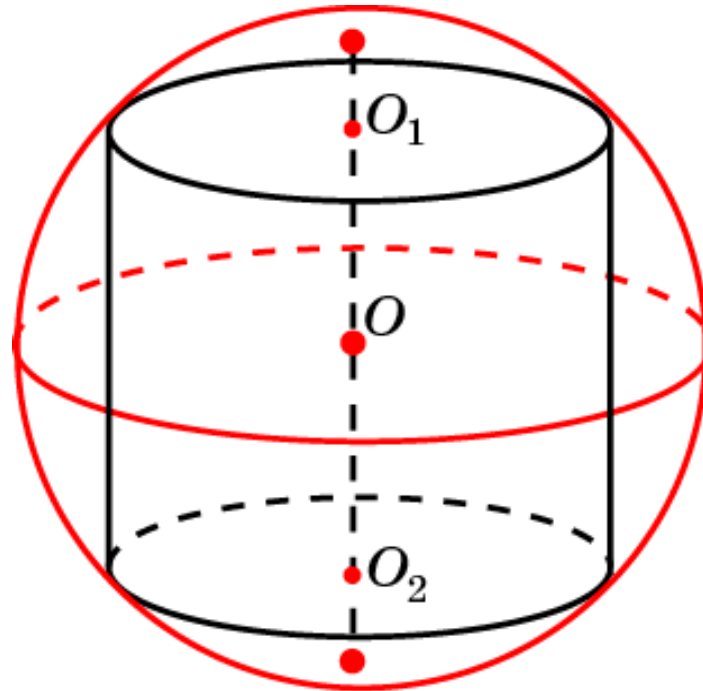
Радиус сферы R вычисляется по формуле

$$R = \frac{\sqrt{h^2 + 4r^2}}{2},$$

где h – высота цилиндра, r – радиус окружности основания.

Упражнение 1

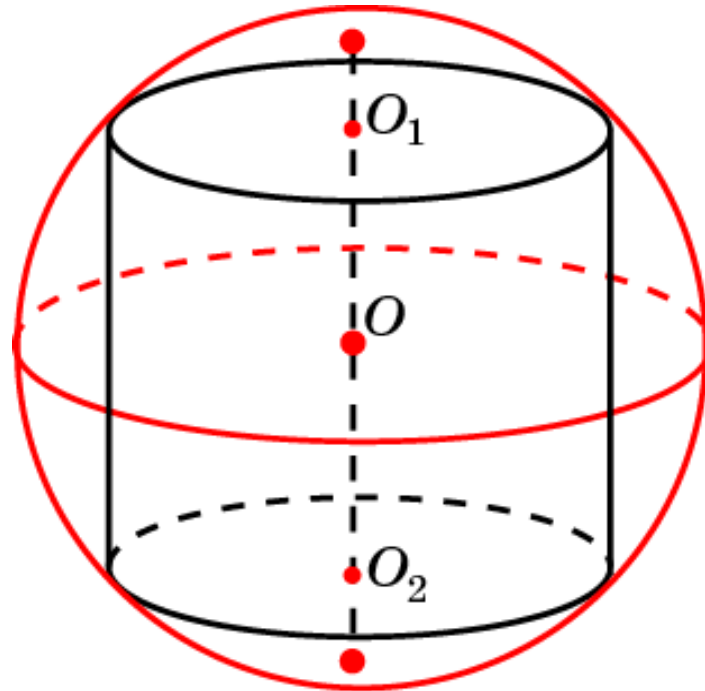
Диagonalь осевого сечения цилиндра равна 2. Найдите радиус сферы, описанной около этого цилиндра.



Ответ: 1.

Упражнение 2

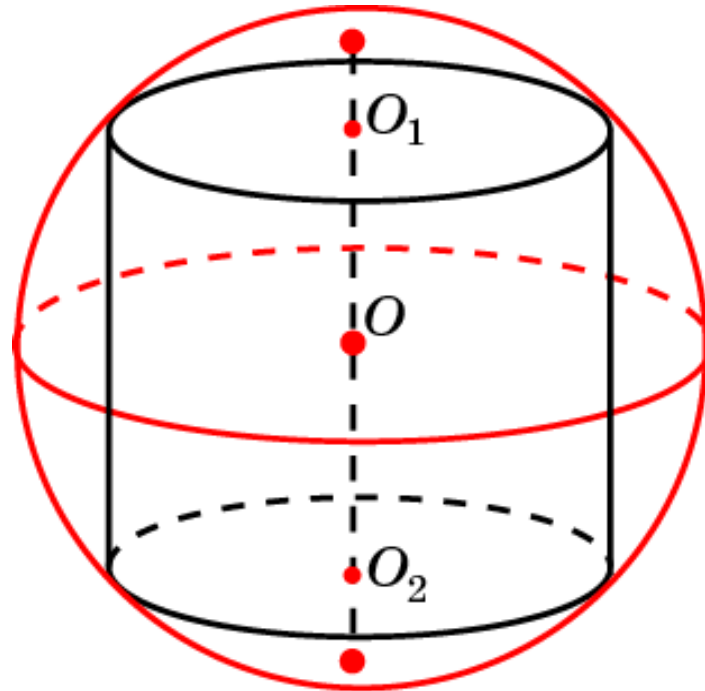
Около цилиндра высоты 2 и радиуса основания 1 описана сфера. Найдите ее радиус.



Ответ: $\sqrt{2}$.

Упражнение 3

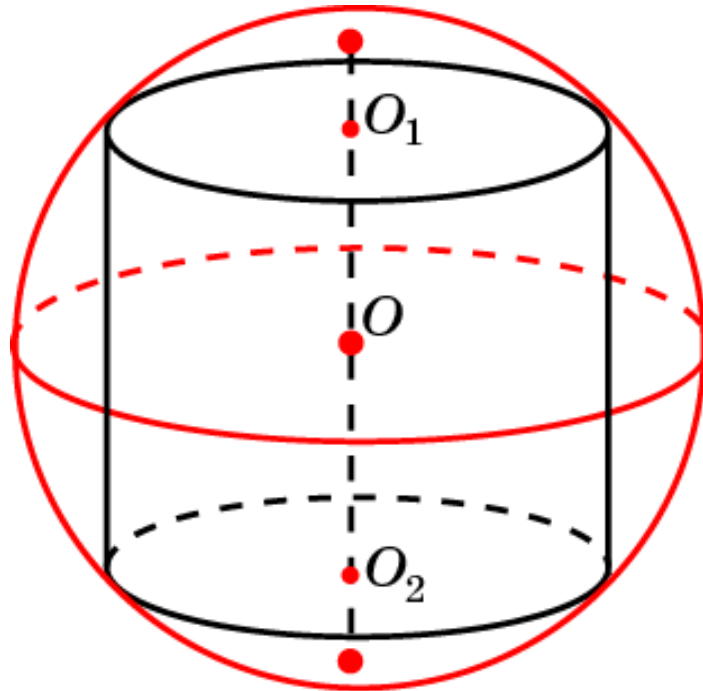
Около цилиндра, радиус основания которого равен 1, описана сфера радиуса 2. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: $2\sqrt{3}$.

Упражнение 4

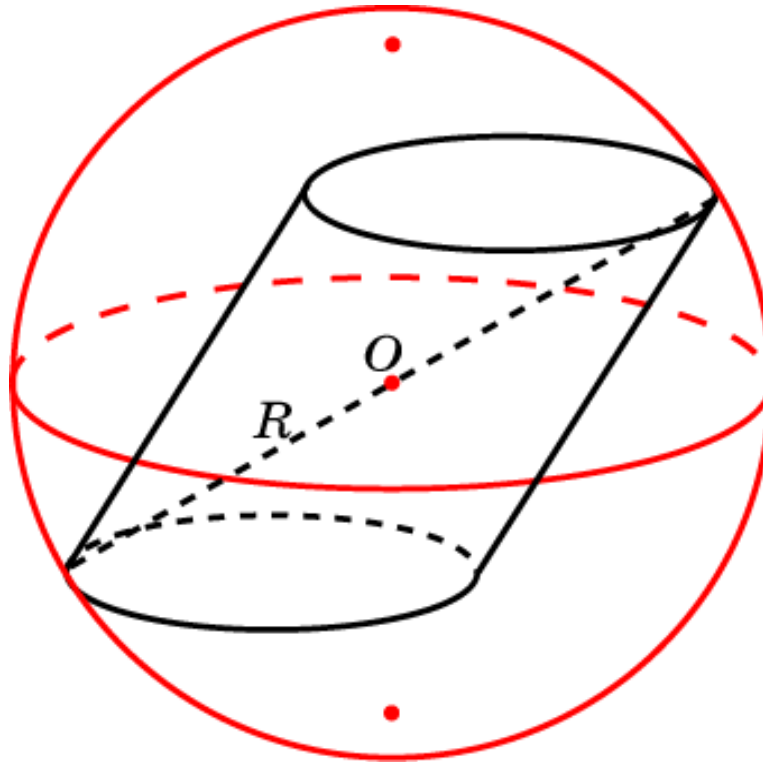
Около цилиндра, высота которого равна 1, описана сфера радиуса 1. Найдите радиус основания цилиндра.



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Упражнение 5

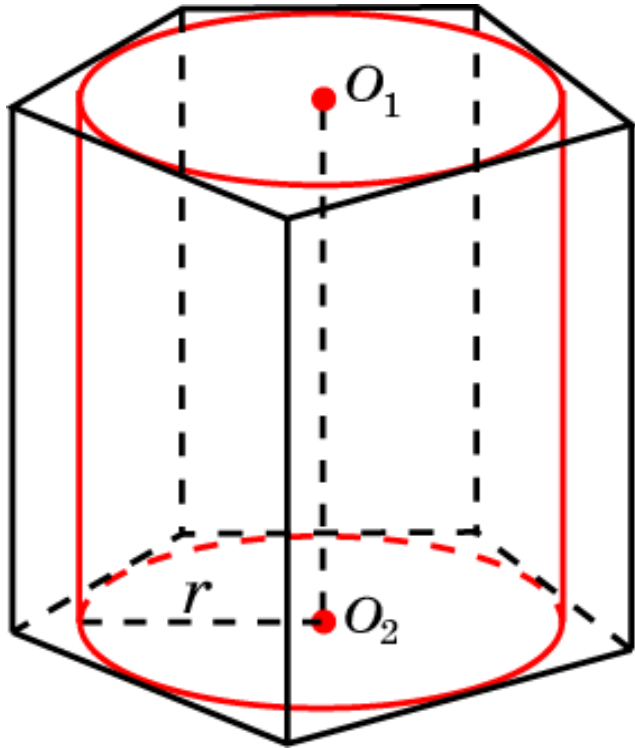
Найдите наименьший радиус сферы, в которую помещается наклонный цилиндр, радиус основания которого равен 1, образующая равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом 60° .



Ответ: $2\sqrt{3}$.

Цилиндр, вписанный в призму

Цилиндр называется вписанным в призму, если его основания вписаны в основания призмы. При этом, призма называется описанной около цилиндра



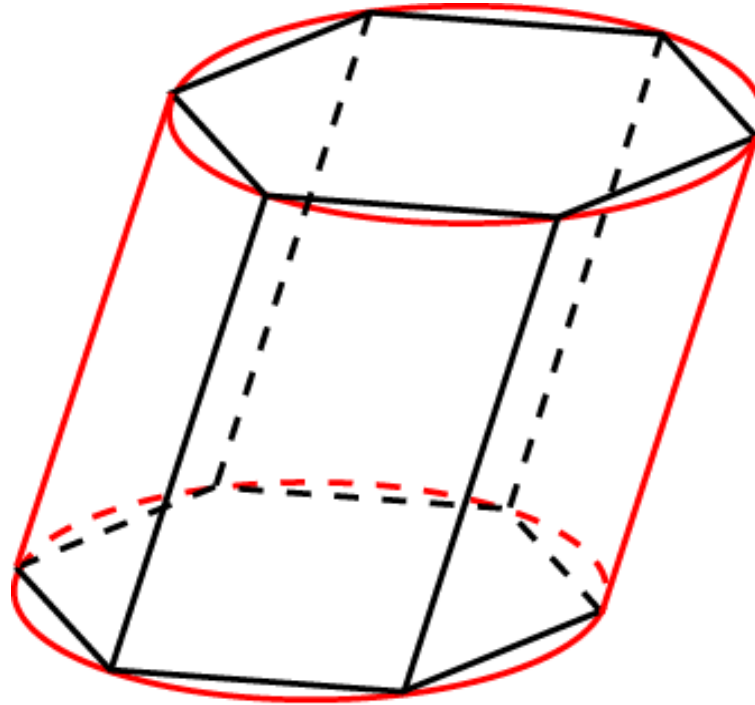
В призму можно вписать цилиндр тогда и только тогда, когда в ее основание можно вписать окружность.

Радиус основания цилиндра равен радиусу окружности, вписанной в основание призмы.

Высота цилиндра равна высоте призмы.

Упражнение 1

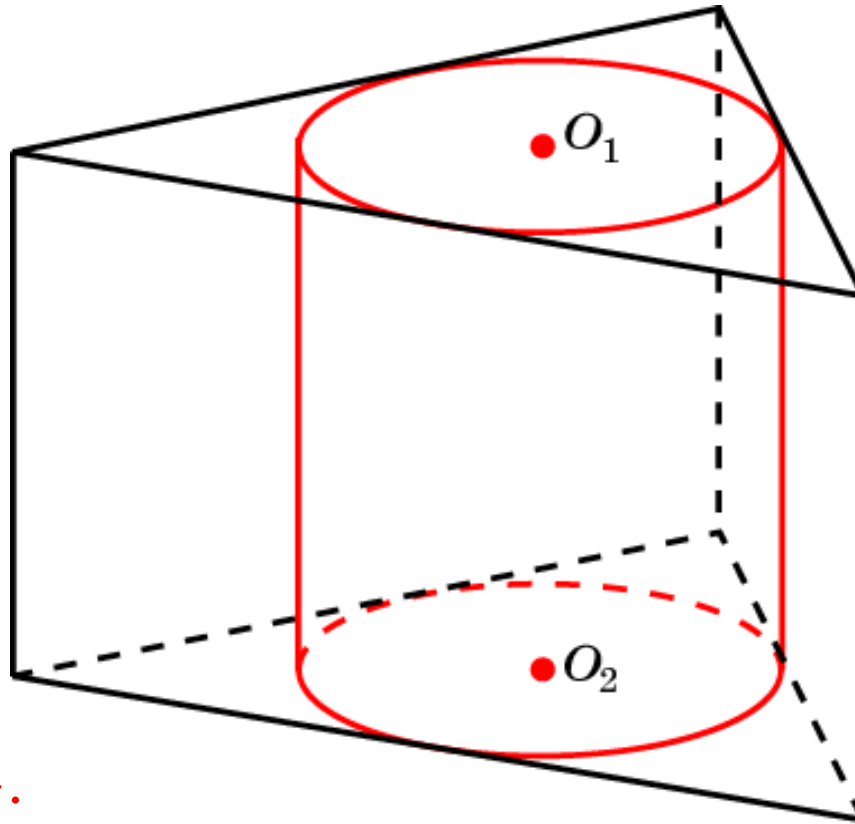
Можно ли вписать цилиндр в наклонную призму?



Ответ: Да, наклонный цилиндр.

Упражнение 2

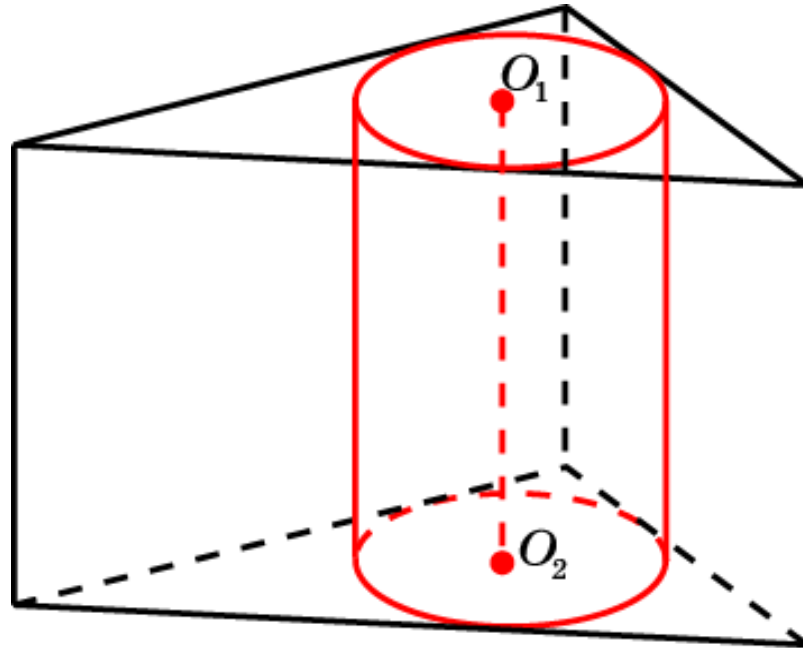
В основании прямой призмы правильный треугольник со стороной 1. Найдите радиус окружности основания цилиндра, вписанного в эту призму.



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Упражнение 3

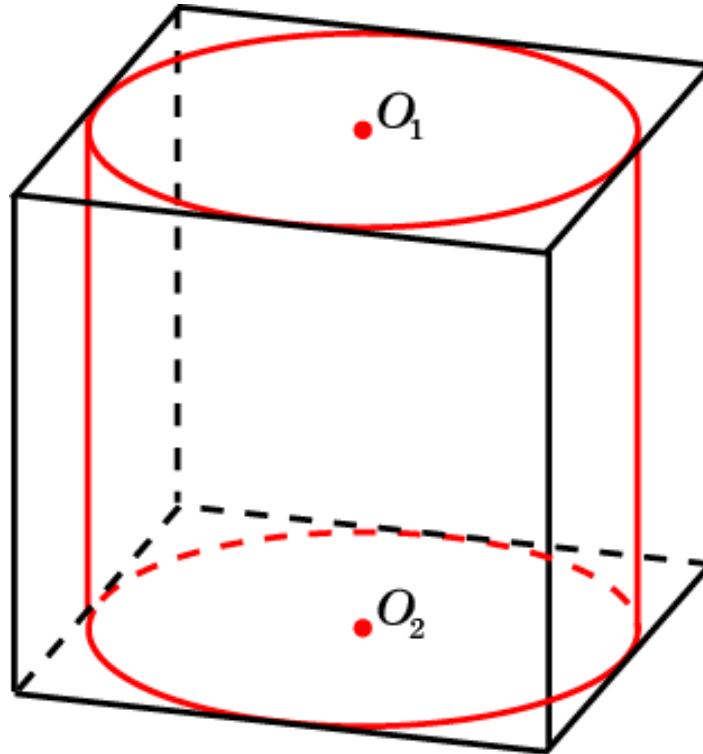
В основании прямой призмы прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Найдите радиус окружности основания цилиндра, вписанного в эту призму.



Ответ: 2.

Упражнение 4

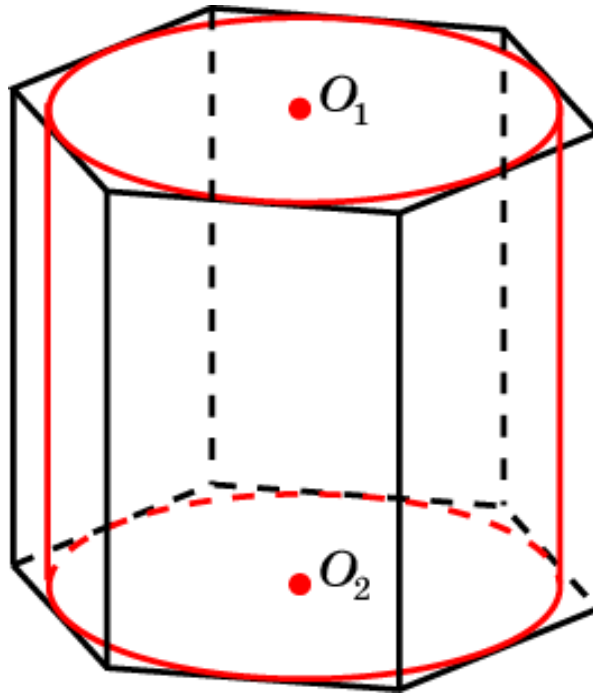
Найдите радиус окружности основания цилиндра, вписанного в единичный куб.



Ответ: $\frac{1}{2}$.

Упражнение 5

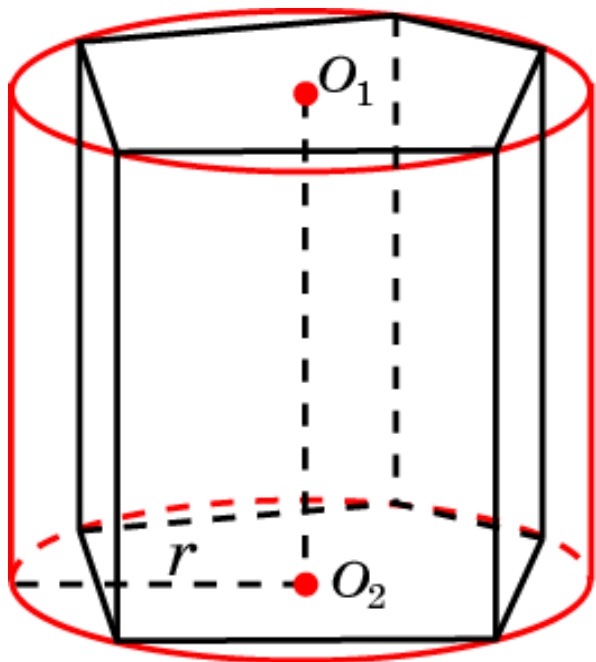
В правильную шестиугольную призму, со стороной основания 1, вписан цилиндр. Найдите радиус окружности основания этого цилиндра.



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Цилиндр, описанный около призмы

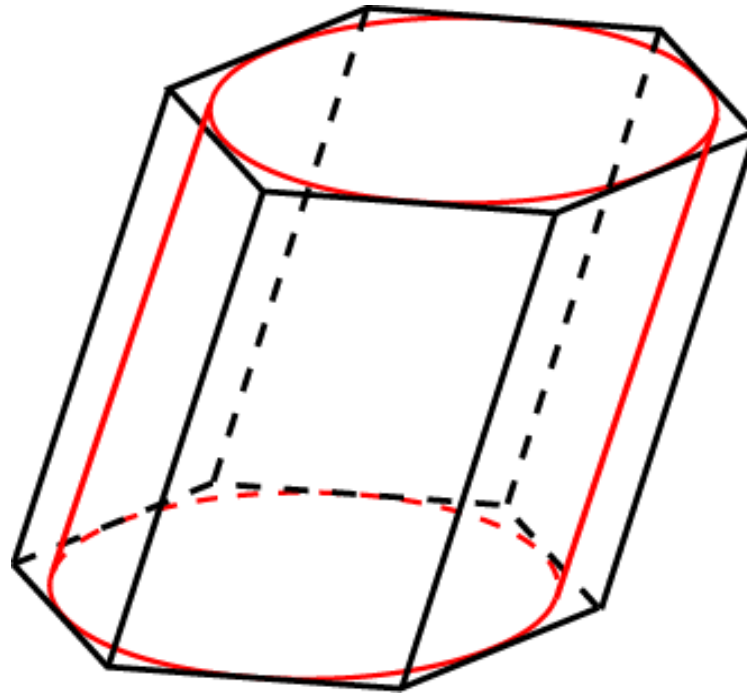
Цилиндр называется описанным около призмы, если его основания описаны около оснований цилиндра. При этом, призма называется вписанной в цилиндр



Около призмы можно описать цилиндр, если около ее оснований можно описать окружности. Радиус основания цилиндра равен радиусу окружности, описанной около основания призмы. Высота цилиндра равна высоте призмы.

Упражнение 1

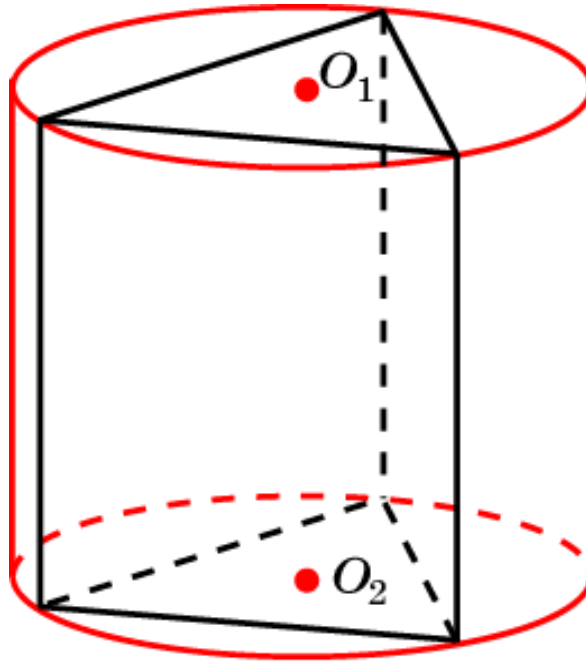
Можно ли описать цилиндр около наклонной призмы?



Ответ: Да, наклонный цилиндр.

Упражнение 2

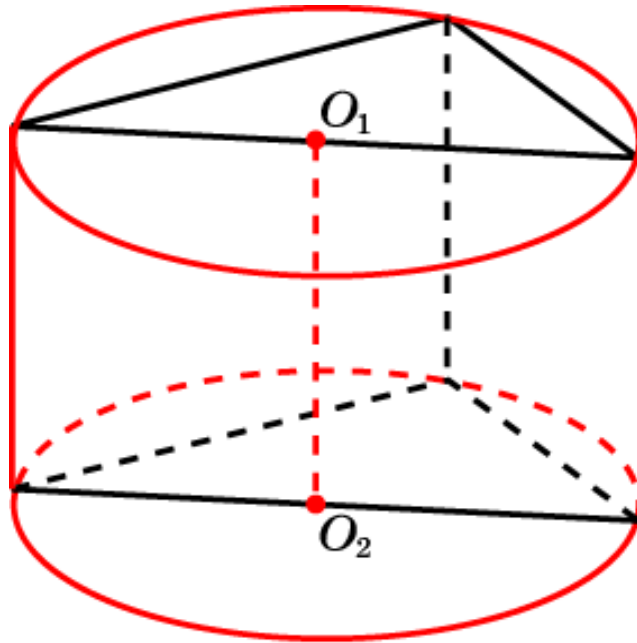
В основании прямой призмы правильный треугольник со стороной 1. Найдите радиус окружности основания цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Упражнение 3

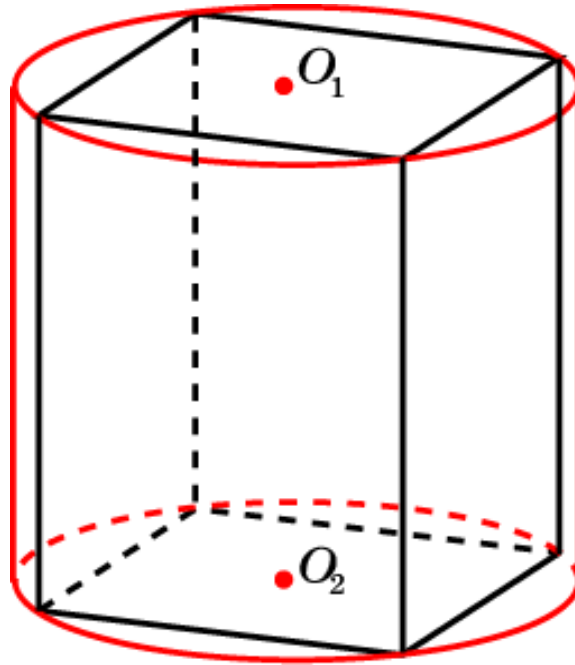
В основании прямой призмы прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Найдите радиус окружности основания цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: 5.

Упражнение 4

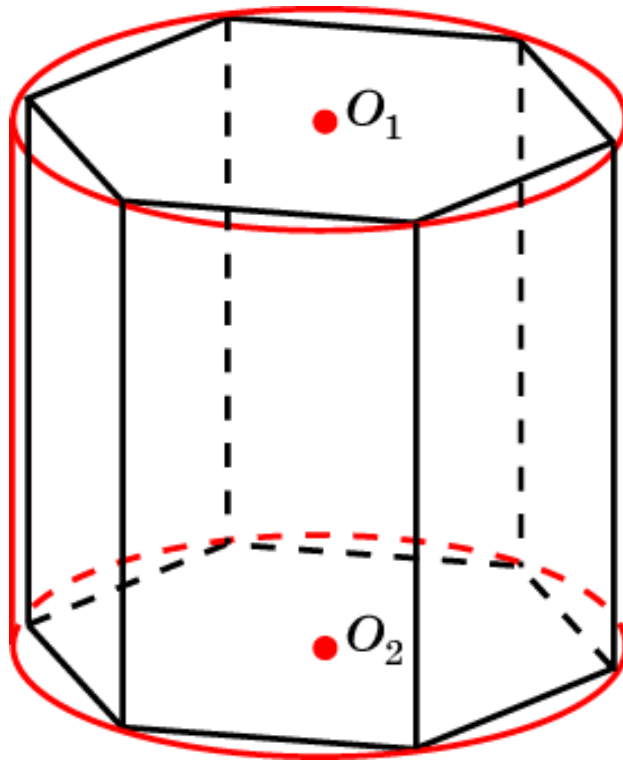
В основании прямой призмы квадрат со стороной 1. Найдите радиус окружности основания цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Упражнение 5

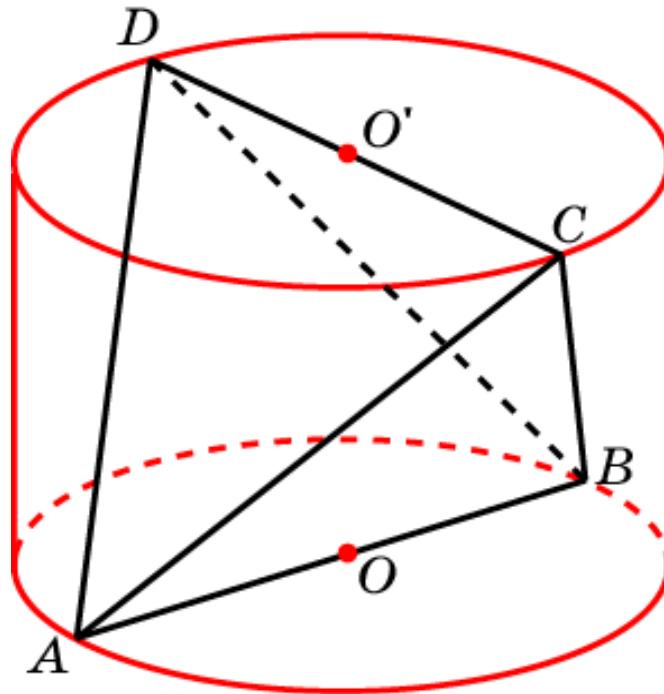
Около правильной шестиугольной призмы, со стороной основания 1, описан цилиндр. Найдите радиус окружности основания этого цилиндра.



Ответ: 1.

Упражнение 6

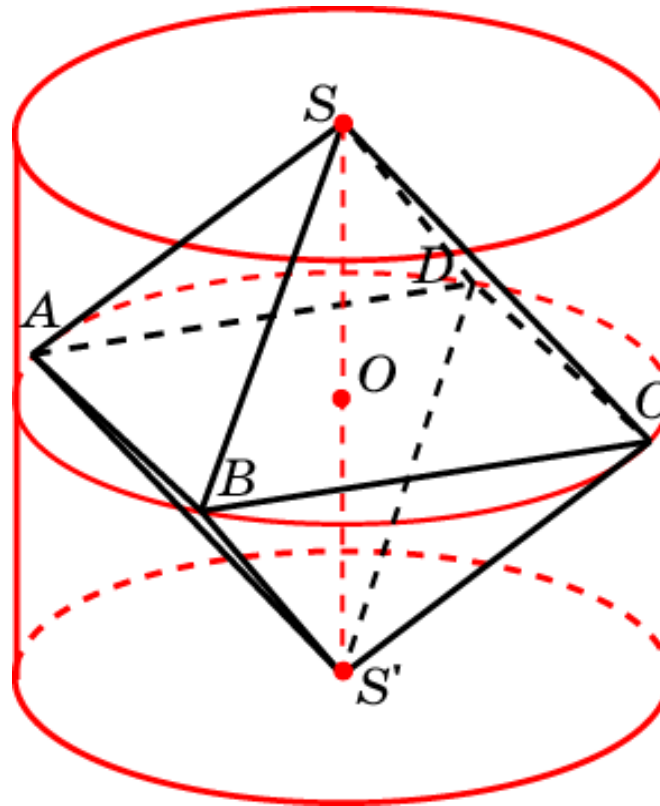
Около единичного тетраэдра описан цилиндр так, что вершины тетраэдра принадлежат окружностям оснований цилиндра. Найдите радиус основания и высоту цилиндра.



Ответ: $R = \frac{1}{2}, h = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Упражнение 7

Около единичного октаэдра описан цилиндр так, что две противоположные вершины октаэдра находятся в центрах оснований цилиндра, а остальные вершины принадлежат боковой поверхности цилиндра. Найдите радиус основания и высоту цилиндра.



Ответ: $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $h = \sqrt{2}$.