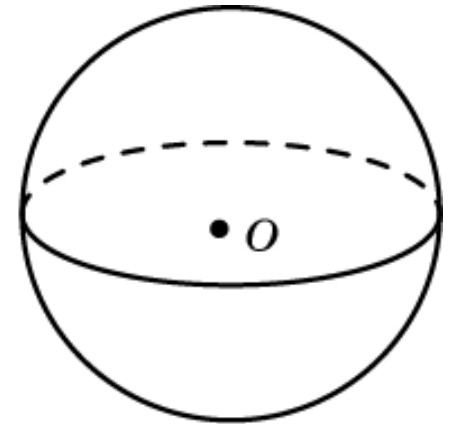
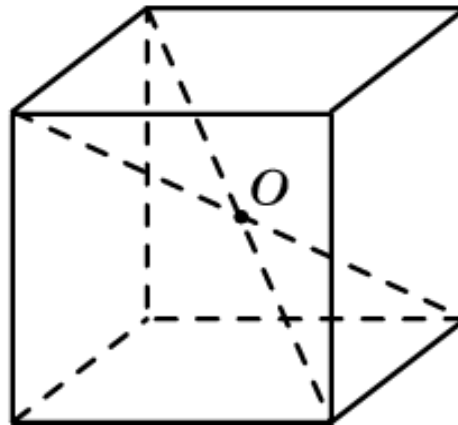
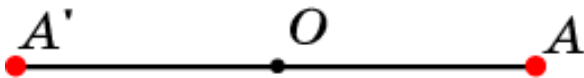


Центральная симметрия

Точки A и A' пространства называются симметричными относительно точки O , называемой центром симметрии, если O является серединой отрезка AA' . Точка O считается симметричной сама себе.

Фигура Φ в пространстве называется центрально-симметричной относительно точки O , если каждая точка A фигуры Φ симметрична относительно точки O некоторой точке A' фигуры Φ .

Например, прямоугольный параллелепипед центрально-симметричен относительно точки пересечения его диагоналей. Шар центрально-симметричен относительно своего центра и т. д.

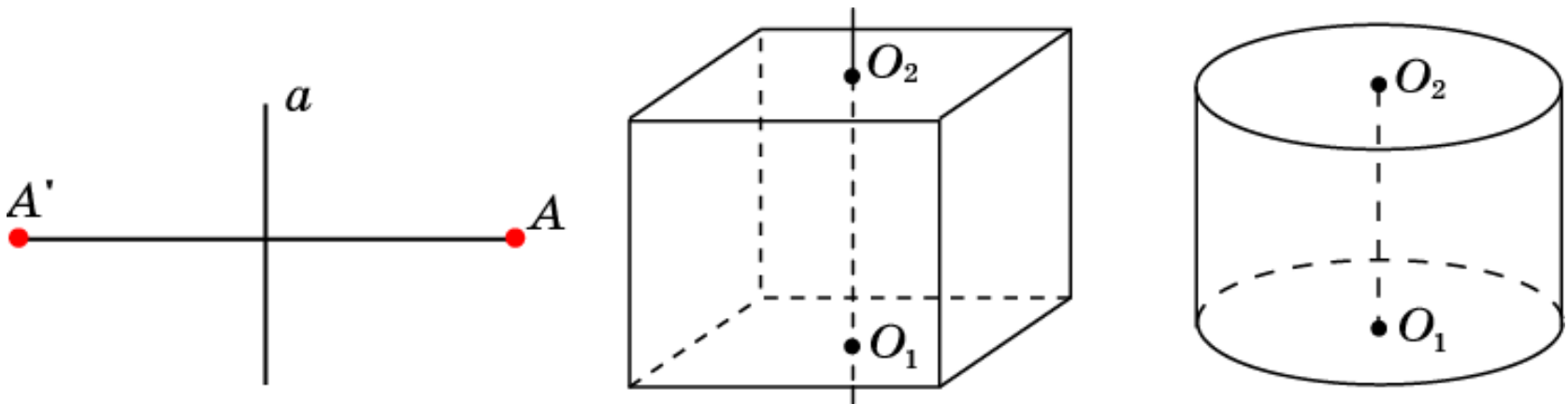


Осевая симметрия

Точки A и A' пространства называются **симметричными относительно прямой a** , называемой **осью симметрии**, если прямая a проходит через середину отрезка AA' и перпендикулярна этому отрезку. Точки прямой a считаются симметричными сами себе.

Фигура Φ в пространстве называется **симметричной относительно оси a** , если каждая точка A фигуры Φ симметрична относительно этой оси некоторой точке A' фигуры Φ .

Например, прямоугольный параллелепипед симметричен относительно оси, проходящей через центры противоположных граней, прямой круговой цилиндр симметричен своей осью и т. д.

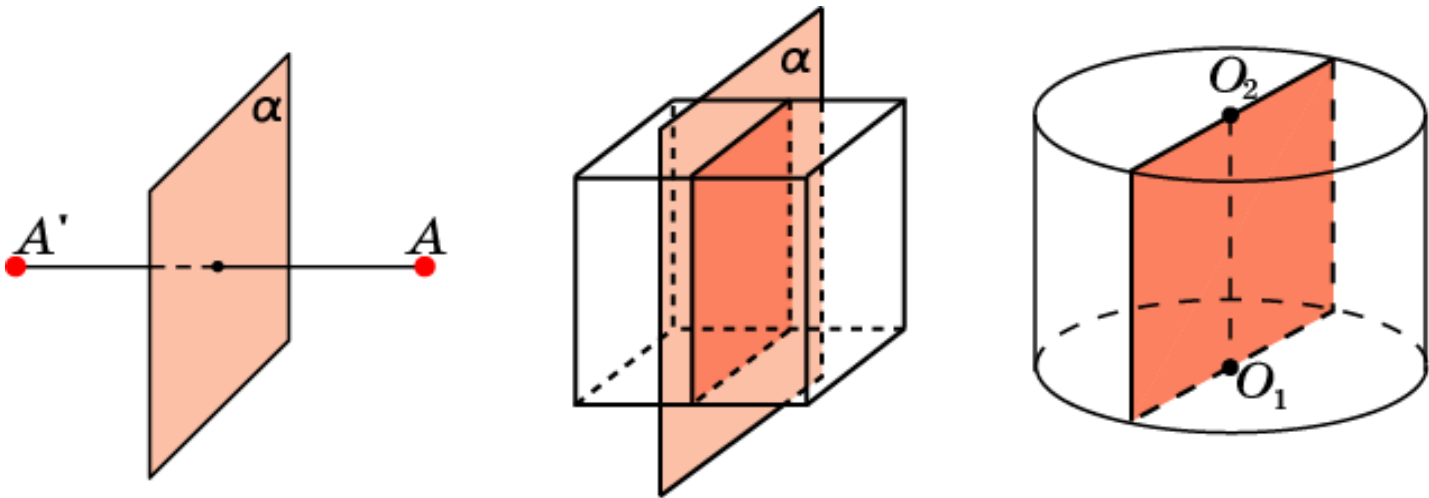


Зеркальная симметрия

Точки A и A' в пространстве называются симметричными относительно плоскости α , называемой плоскостью симметрии, если эта плоскость проходит через середину отрезка AA' и перпендикулярна к нему. Точки плоскости α считаются симметричными сами себе. Симметрия относительно плоскости называется также **зеркальной симметрией**.

Фигура Φ в пространстве называется **зеркально-симметричной** относительно плоскости α , если каждая точка A фигуры Φ симметрична относительно этой плоскости некоторой точке A' фигуры Φ .

Например, прямоугольный параллелепипед зеркально-симметричен относительно плоскости, проходящей через ось симметрии и параллельной одной из граней. Цилиндр зеркально-симметричен относительно любой плоскости, проходящей через его ось и т. д.

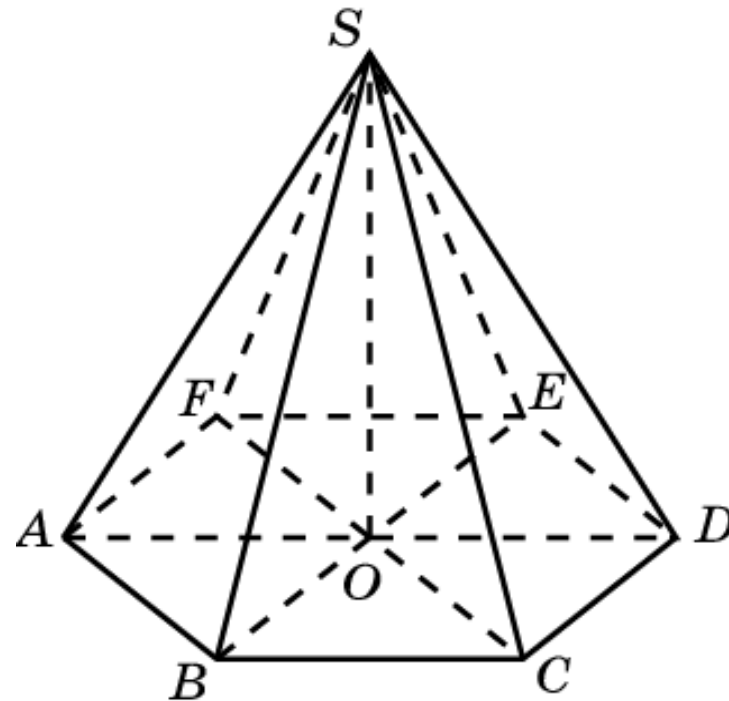


Симметрия n -го порядка

Прямая a называется осью симметрии n -го порядка фигуры Φ , если при повороте фигуры Φ на угол $\frac{360^\circ}{n}$ вокруг прямой a фигура Φ совмещается сама с собой.

Ясно, что ось симметрии 2-го порядка является просто осью симметрии.

Например, в правильной n -угольной пирамиде прямая, проходящая через вершину и центр основания, является осью симметрии n -го порядка.



Упражнение 1

Приведите примеры центрально-симметричных и не центрально-симметричных фигур.

Ответ: Центрально-симметричные: куб, прямоугольный параллелепипед, шар и др.; не центрально-симметричные: пирамида, конус и др.

Упражнение 2

Может ли центр симметрии фигуры не принадлежать ей?

Ответ: Да.

Упражнение 3

Может ли фигура иметь более одного центра симметрии?

Ответ: Да, например, прямая, плоскость и т.д.

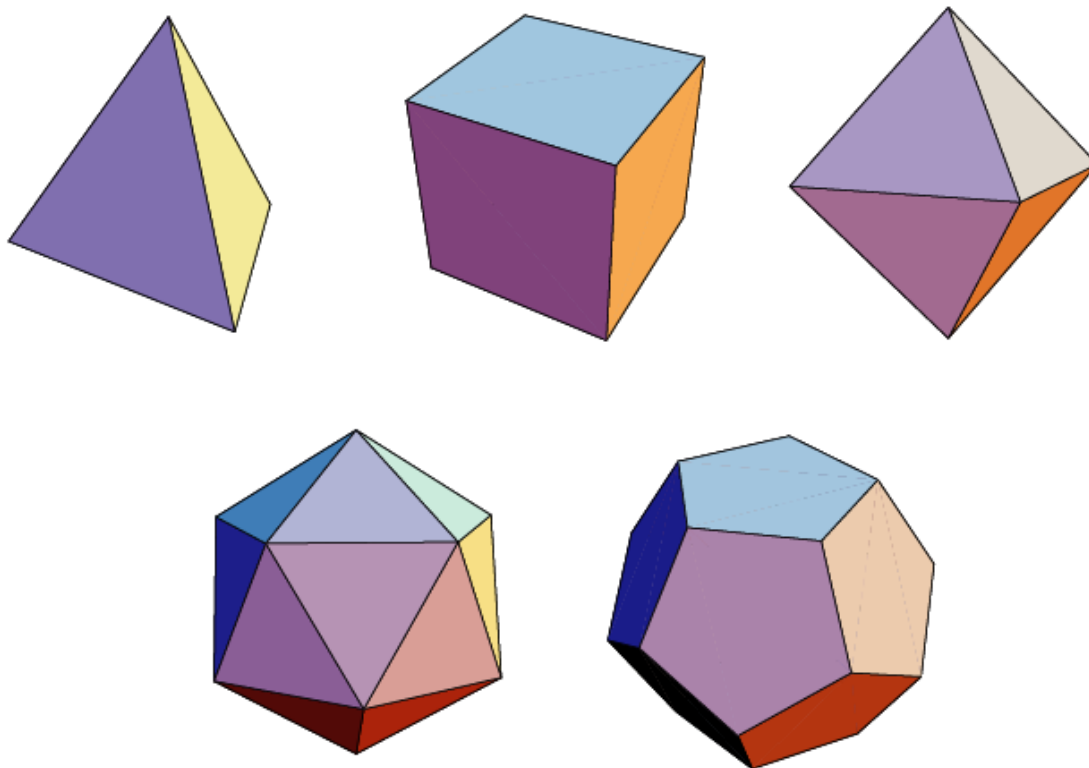
Упражнение 4

Может ли фигура иметь ровно два центра симметрии?

Ответ: Нет.

Упражнение 5

Имеет ли центр симметрии: а) правильный тетраэдр; б) куб; в) октаэдр; г) икосаэдр; д) додекаэдр?



Ответ: а) Нет; б) да; в) да; г) да; д) да.

Упражнение 6

Имеет ли центр симметрии наклонная призма, основанием которой является правильный девятиугольник?

Ответ: Нет.

Упражнение 7

Сколько осей симметрии имеет прямоугольный параллелепипед?

Ответ: 9 осей симметрии.

Упражнение 8

Сколько осей симметрии имеет шар?

Ответ: Бесконечно много.

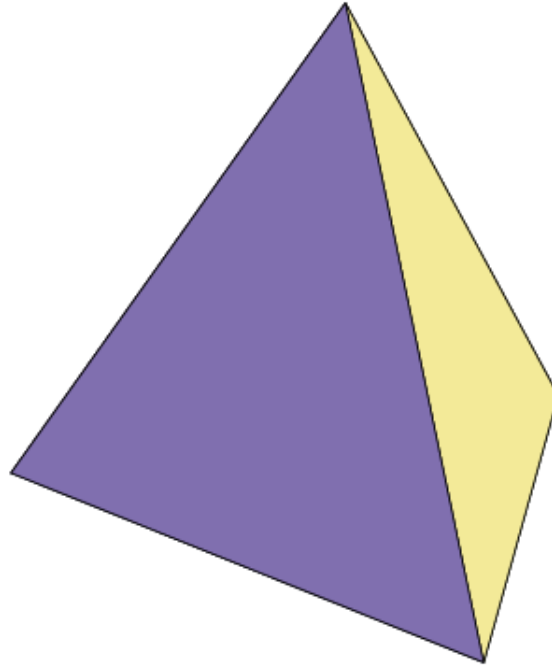
Упражнение 9

Приведите примеры пространственных фигур с осями симметрии 3-го, 4-го и т. д. порядков.

Ответ: Правильные 3-угольные, 4-угольные пирамиды.

Упражнение 10

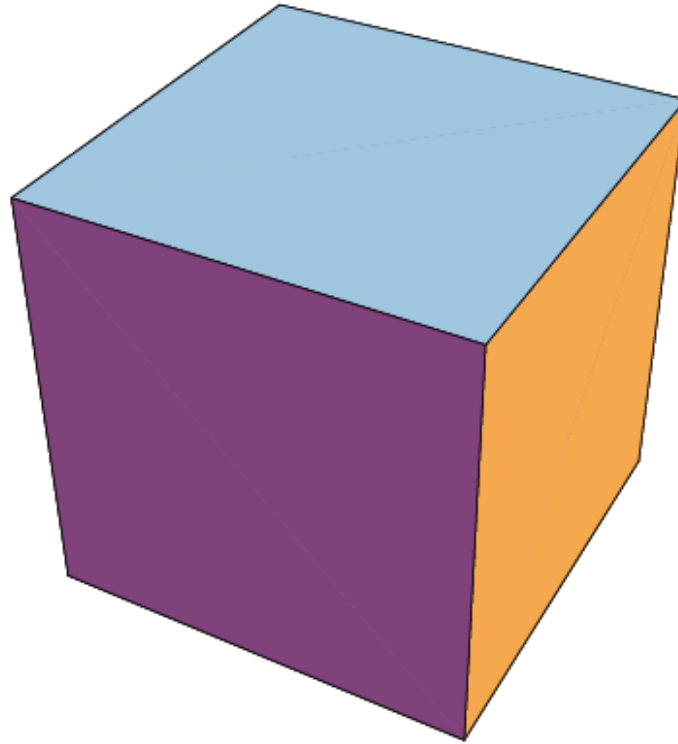
Какие оси симметрии имеет тетраэдр?



Ответ: 4 оси симметрии третьего порядка, проходящие через вершины и центры противоположных граней; 3 оси симметрии, проходящих через середины противоположных ребер.

Упражнение 11

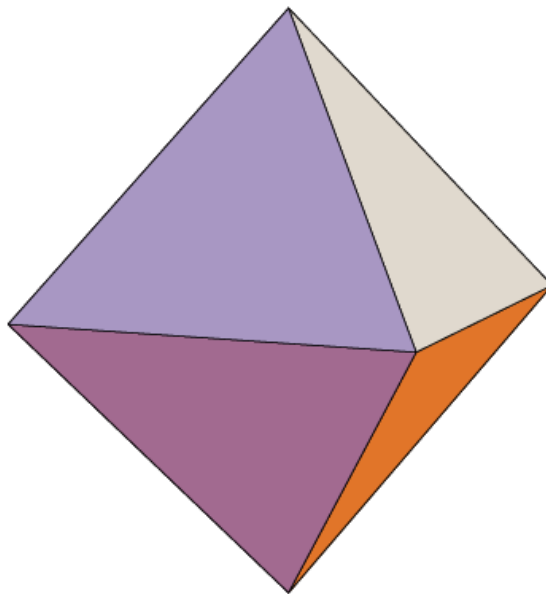
Какие оси симметрии имеет куб?



Ответ: 4 оси симметрии третьего порядка, проходящие через противоположные вершины; 6 осей симметрии, проходящих через середины противоположных ребер; 3 оси симметрии, проходящие через центры противоположных граней.

Упражнение 12

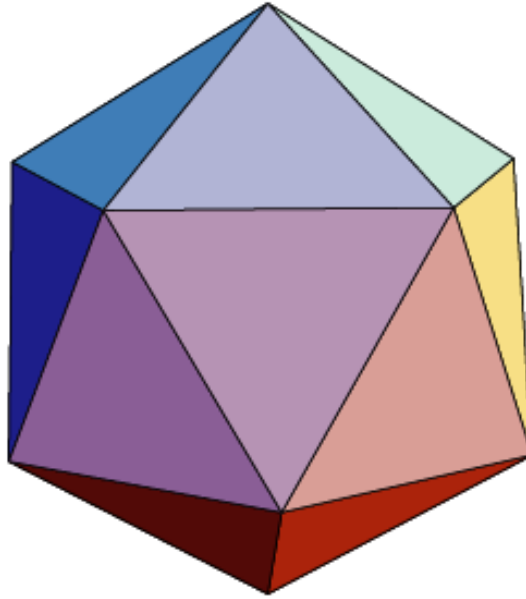
Какие оси симметрии имеет октаэдр?



Ответ: 3 оси симметрии, проходящие через противоположные вершины; 6 осей симметрии, проходящих через середины противоположных ребер; 4 оси симметрии третьего порядка, проходящие через центры противоположных граней.

Упражнение 13

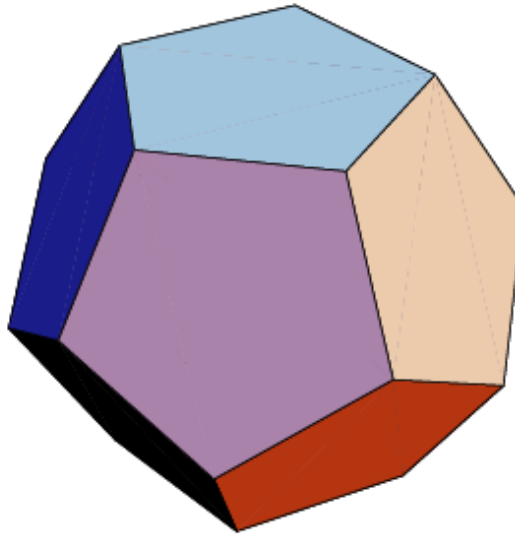
Какие оси симметрии имеет икосаэдр?



Ответ: 6 осей симметрии пятого порядка, проходящих через противоположные вершины; 15 осей симметрии, проходящих через середины противоположных ребер; 10 осей симметрии третьего порядка, проходящие через центры противоположных граней.

Упражнение 14

Какие оси симметрии имеет додекаэдр?



Ответ: 10 осей симметрии третьего порядка, проходящих через противоположные вершины; 15 осей симметрии, проходящих через середины противоположных ребер; 6 осей симметрии пятого порядка, проходящие через центры противоположных граней.

Упражнение 15

Приведите пример фигуры, имеющей центр симметрии, но не имеющей оси симметрии.

Ответ: Наклонный параллелепипед.

Упражнение 16

Приведите пример фигуры, имеющей ось симметрии, но не имеющей центра симметрии.

Ответ: Правильная четырехугольная пирамида.

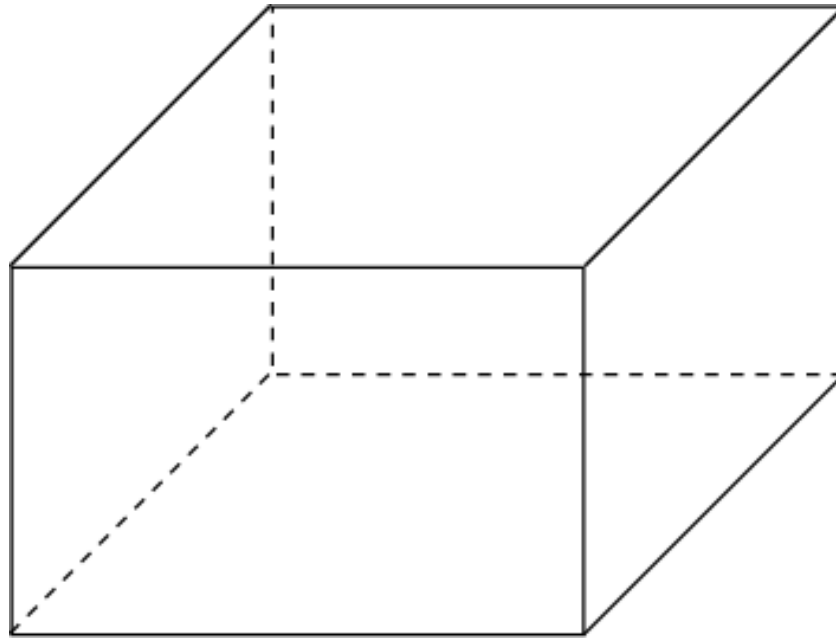
Упражнение 17

Найдите центр, оси и плоскости симметрии фигуры, состоящей из двух пересекающихся прямых.

Ответ: Центр симметрии – точка пересечения данных прямых. Оси симметрии – две прямые, содержащие биссектрисы углов, образованные данными прямыми, и прямая, проходящая через точку пересечения данных прямых и перпендикулярная их плоскости. Если данные прямые перпендикулярны, то сами они также являются осями симметрии. Плоскости симметрии: плоскость данных прямых и две плоскости, проходящие через биссектрисы углов, образованные данными прямыми и перпендикулярные их плоскости.

Упражнение 18

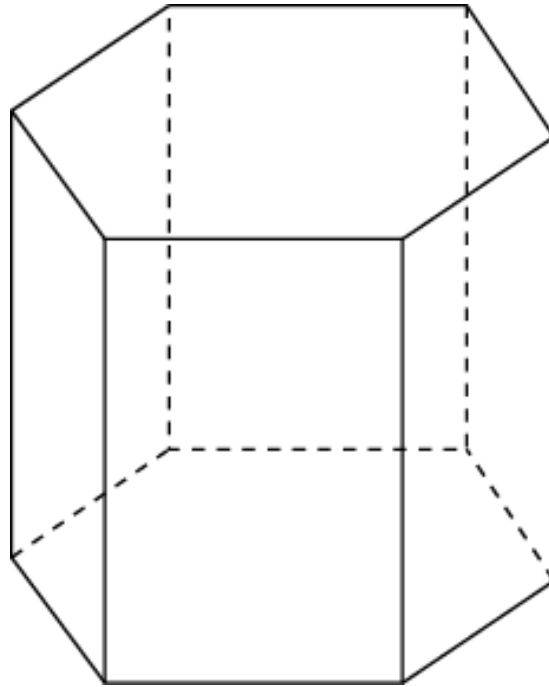
Сколько плоскостей симметрии имеет прямоугольный параллелепипед?



Ответ: По крайней мере, три плоскости симметрии.

Упражнение 19

Сколько у правильной шестиугольной призмы: а) осей симметрии; б) плоскостей симметрии?



Ответ: а) Семь осей симметрии, одна ось симметрии $(2n - 1)$ -го порядка;

б) семь плоскостей симметрии.

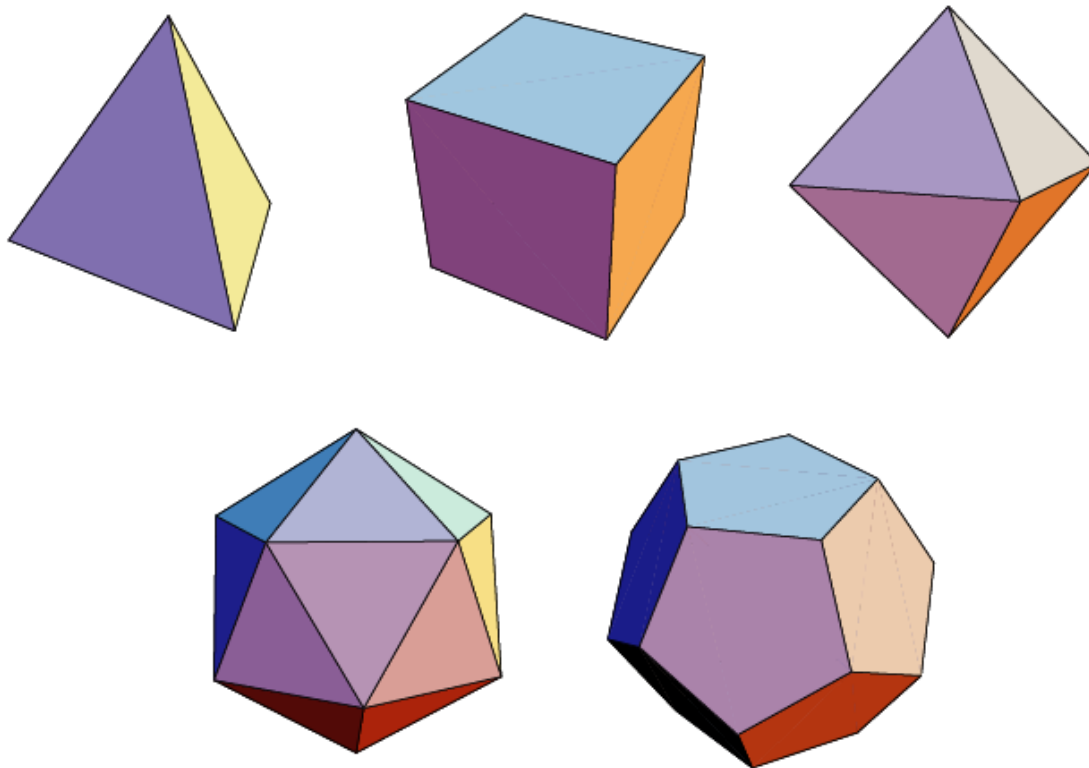
Упражнение 20

В основании прямой призмы лежит ромб. Сколько она имеет: а) осей симметрии; б) плоскостей симметрии?

Ответ: а) 3 оси симметрии;
б) 3 плоскости симметрии.

Упражнение 21

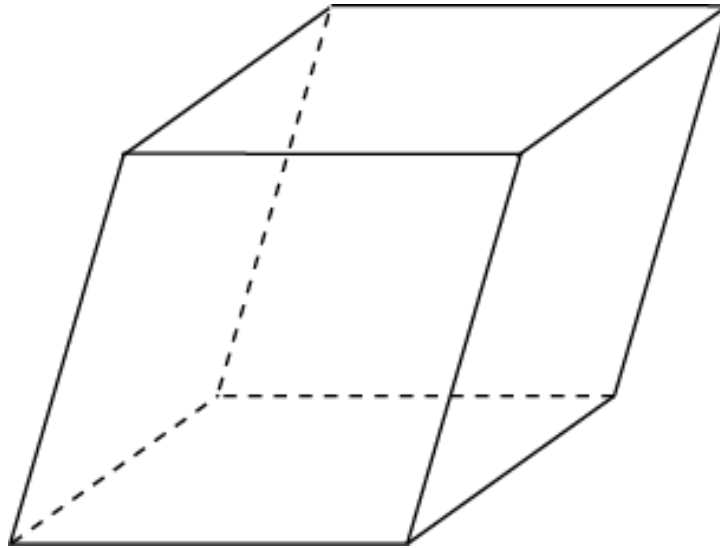
Сколько плоскостей симметрии имеет: а) правильный тетраэдр; б) куб; в) октаэдр; г) икосаэдр; д) додекаэдр?



Ответ: а) 6; б) 9; в) 9; г) 15; д) 15.

Упражнение 22

Какими видами симметрии обладает наклонный параллелепипед?



Ответ: Центром симметрии.

Упражнение 23

Приведите примеры пространственных фигур, у которых есть ось симметрии, но нет плоскости симметрии и, наоборот, есть плоскость симметрии, но нет оси симметрии.

Ответ: Пирамида, в основании которой параллелограмм, может иметь ось симметрии, но не имеет плоскости симметрии.

Правильная треугольная пирамида имеет плоскости симметрии, но не имеет осей симметрии.