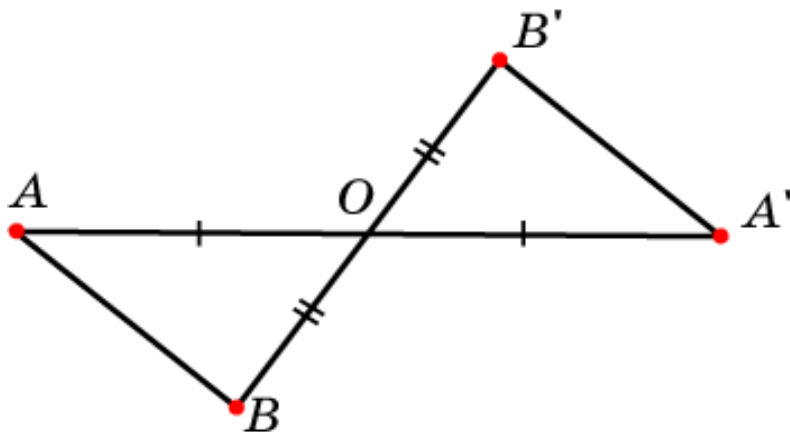


# ДВИЖЕНИЕ

**Движением** называется преобразование пространства, сохраняющее расстояния между точками, т. е., если точки  $A$  и  $B$  переходят соответственно в точки  $A'$  и  $B'$ , то  $AB = A'B'$ .

**Теорема 1.** Центральная симметрия является движением.

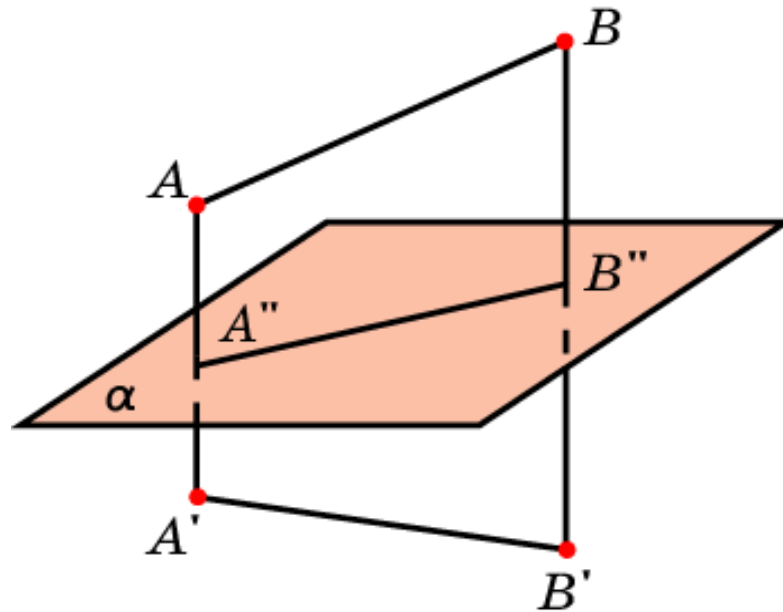
**Доказательство.** Пусть точки  $A'$ ,  $B'$  получены центральной симметрией относительно точки  $O$  точек  $A$ ,  $B$ . Тогда треугольники  $OAB$  и  $OA'B'$  равны по первому признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними) и, значит,  $AB = A'B'$ . Таким образом, центральная симметрия сохраняет расстояния и, следовательно, является движением.



# ДВИЖЕНИЕ

**Теорема 2.** Зеркальная симметрия является движением.

**Доказательство.** Пусть точки  $A'$ ,  $B'$  получены симметрией относительно плоскости  $\alpha$  точек  $A$ ,  $B$ ,  $A''$ ,  $B''$  – ортогональные проекции точек  $A$ ,  $B$  на плоскость  $\alpha$ . Тогда точки  $A$ ,  $B$ ,  $A'$ ,  $B'$  принадлежат одной плоскости и точки  $A'$ ,  $B'$  симметричны в этой плоскости точкам  $A$ ,  $B$  относительно прямой  $A''B''$ . Из свойств симметрии на плоскости следует, что  $AB = A'B'$ . Таким образом, зеркальная симметрия сохраняет расстояния и, следовательно, является движением.



# Упражнение 1

Назовите движение, которое оставляет на месте только: а) одну точку; б) точки одной прямой; в) точки одной плоскости.

**Ответ:** а) Центральная симметрия;  
б) осевая симметрия;  
в) зеркальная симметрия.

## Упражнение 2

Существуют ли движения (если существуют, то какие), переводящие данную прямую в другую данную прямую:  
а) параллельную первой; б) пересекающую первую; в) скрещивающуюся с первой?

**Ответ:** а) Центральная симметрия, зеркальная симметрия, параллельный перенос;

б) осевая симметрия, поворот, зеркальная симметрия;

в) осевая симметрия.

## Упражнение 3

С помощью каких движений можно перевести грань  $ABC$  правильного тетраэдра  $ABCD$  в грань  $ABD$  так, чтобы ребро  $AB$  оставалось на месте?

Ответ: Поворот, зеркальная симметрия.

## Упражнение 4

Существует ли движение (если существует, то какое), переводящее вершины  $A, B, C, D$  правильного тетраэдра  $ABCD$  соответственно в вершины: а)  $B, C, A, D$ ; б)  $B, A, C, D$ ; в)  $C, B, A, D$ ?

**Ответ:** а) Поворот;  
б) зеркальная симметрия;  
в) зеркальная симметрия.

## Упражнение 5

В правильном тетраэдре закрасили одну грань. В результате каких движений, оставляющих на месте покрашенную грань, он самосовместится?

**Ответ:** При повороте на  $120^\circ$  вокруг оси, проходящей через центр покрашенной грани; при симметрии относительно плоскости, перпендикулярной покрашенной грани.

## Упражнение 6

Сколько существует различных движений, переводящих правильный тетраэдр в себя?

Ответ: 24.



## Упражнение 7

Существует ли движение (если существует, то какое), переводящее вершины  $A, B, C, D$  куба  $A \dots D_1$  соответственно в вершины: а)  $A_1, B_1, C_1, D_1$ ; б)  $A_1, D_1, C_1, B_1$ ; в)  $A_1, B_1, D_1, C_1$ ?

**Ответ:** а) Да, параллельный перенос, зеркальная симметрия;  
б) да, осевая симметрия;  
в) нет.

## Упражнение 8

В кубе покрасили одну грань. В результате каких движений, оставляющих на месте покрашенную грань, он самосовместится?

**Ответ:** В результате: а) поворота на  $90^\circ$  вокруг оси, перпендикулярной покрашенной грани; б) осевой симметрии относительно оси, перпендикулярной покрашенной грани; в) зеркальной симметрии относительно плоскостей, перпендикулярных покрашенной грани.

## Упражнение 9

Сколько существует различных движений, переводящих куб в себя?

Ответ: 48.

# Упражнение 10

Сколько имеется различных движений, переводящих в себя: а) октаэдр; б) икосаэдр; в) додекаэдр?

Ответ: а) 48; б) 120; в) 120.