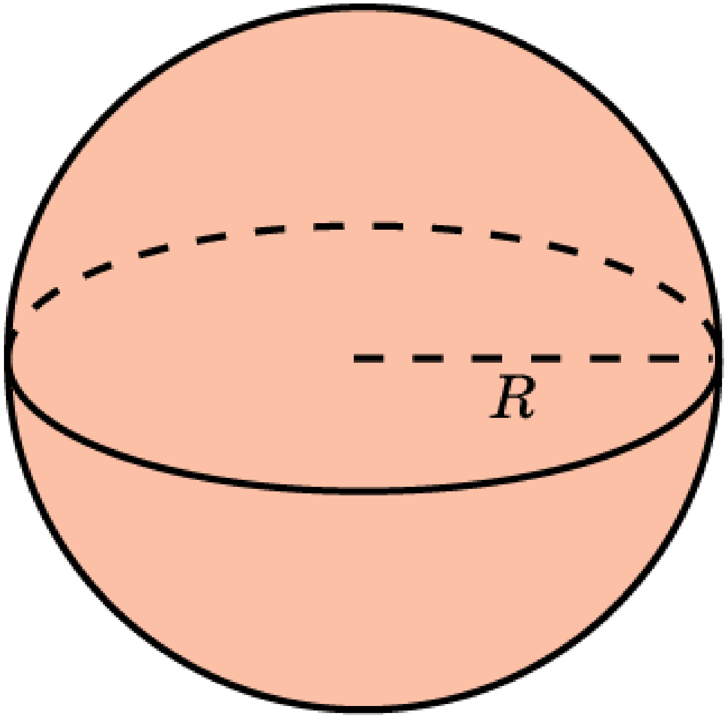
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРА

Площадь поверхности шара, радиуса R, выражается формулой

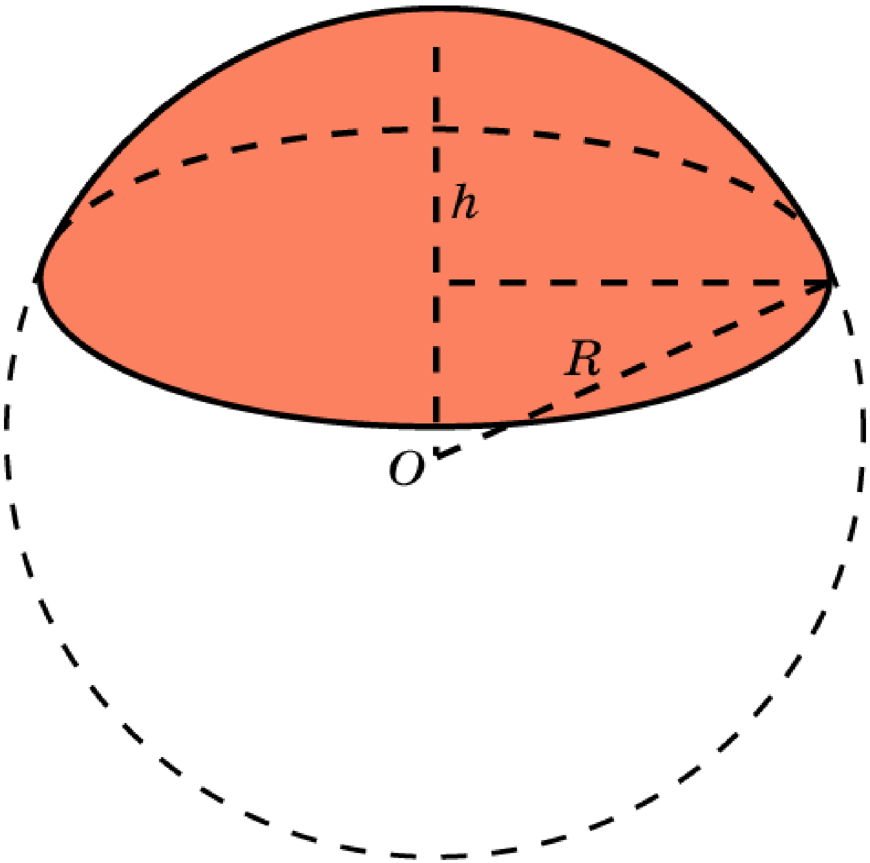
$$S = 4\pi R^2.$$



ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВОГО СЕГМЕНТА

Площадь боковой поверхности шарового сегмента, радиуса R и высотой h, выражается формулой

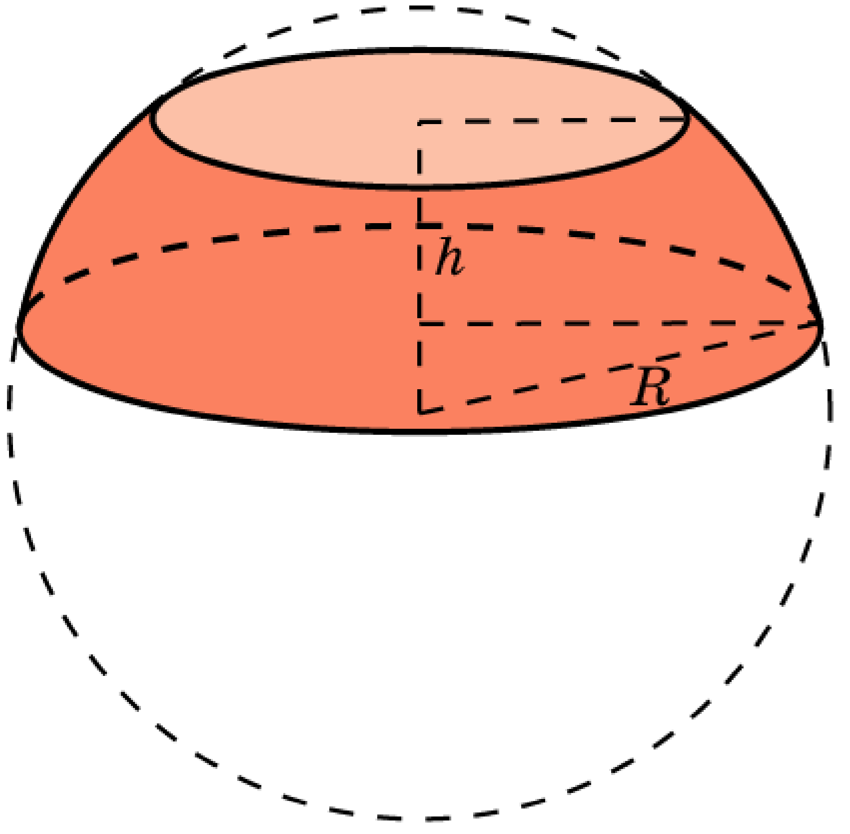
$$S = 2\pi Rh.$$



ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ШАРОВОГО ПОЯСА

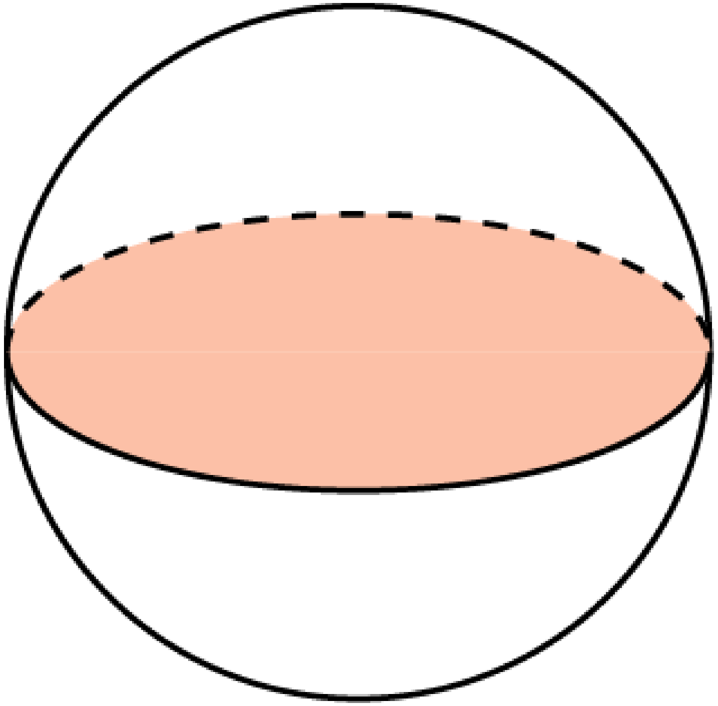
Площадь боковой поверхности шарового пояса, радиуса R и высотой h, выражается формулой

$$S = 2\pi Rh.$$



Упражнение 1

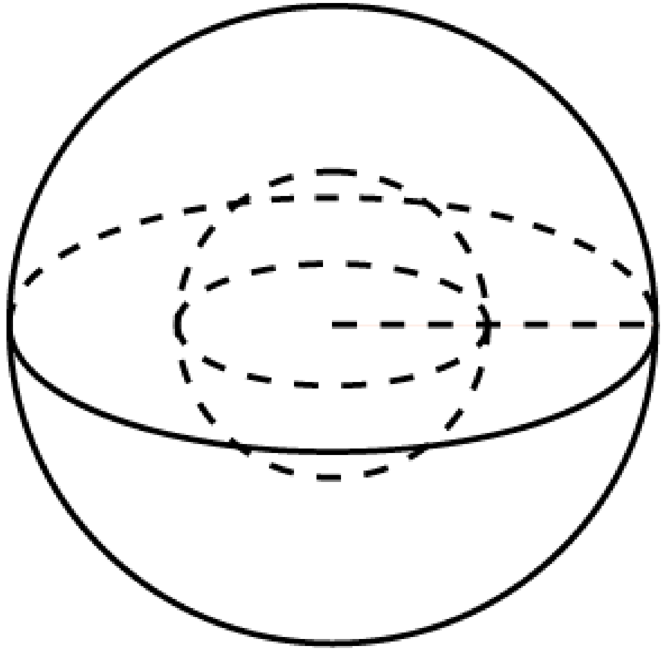
Площадь большого круга шара равна 3 см^2. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: 12 см^2.

Упражнение 2

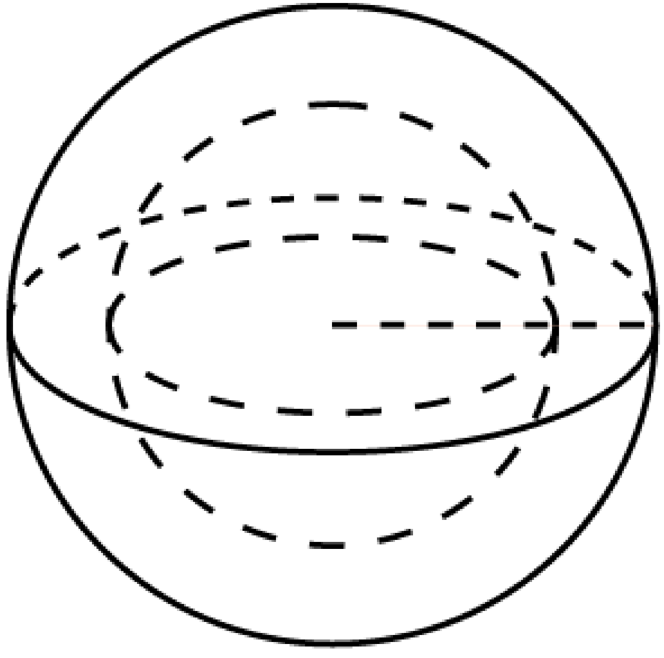
Как изменится площадь поверхности шара, если увеличить радиус шара в: а) 2 раза; б) 3 раза; в) n раз?



Ответ: Увеличится в: а) 4 раза; б) 9 раз; в) n^2 раз.

Упражнение 3

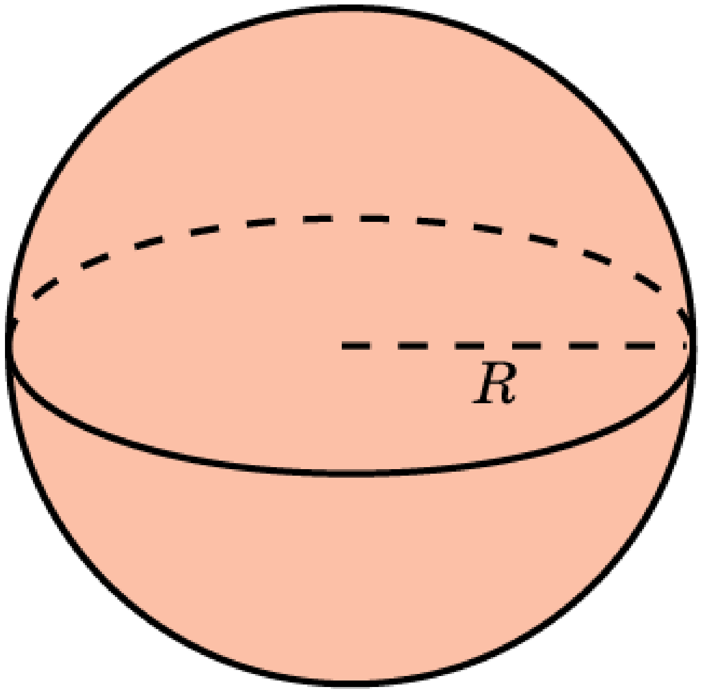
Площади поверхностей двух шаров относятся как 4 : 9. Найдите отношение их диаметров.



Ответ: 2:3.

Упражнение 4

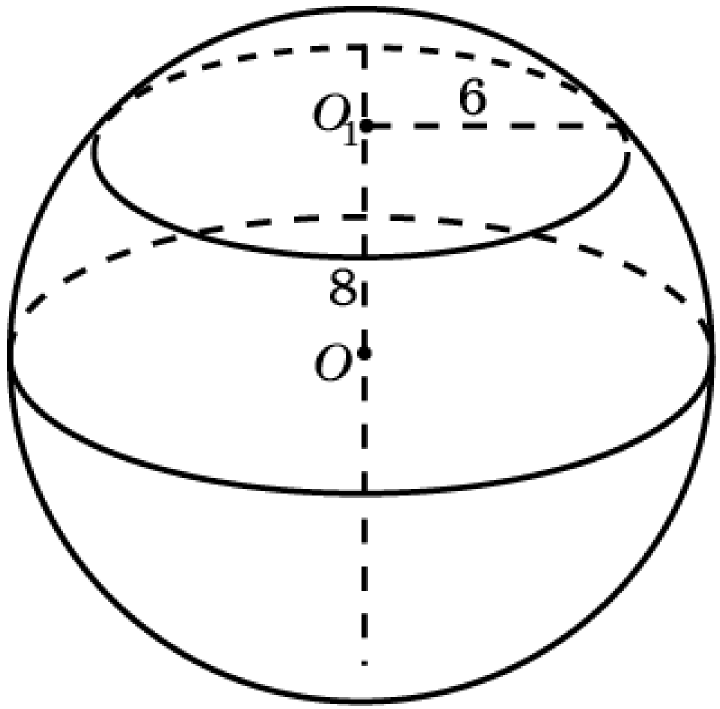
Объём шара равен 288 дм^3. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: 144 дм^2.

Упражнение 5

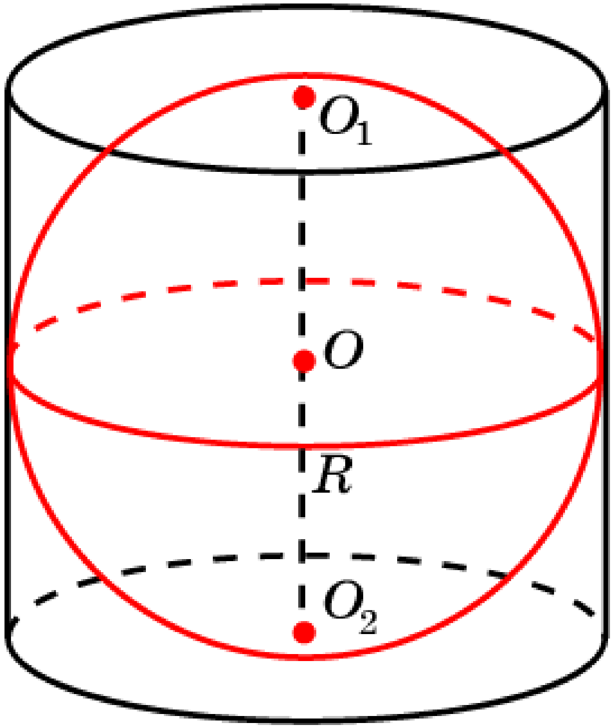
Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: 400π см^2.

Упражнение 6

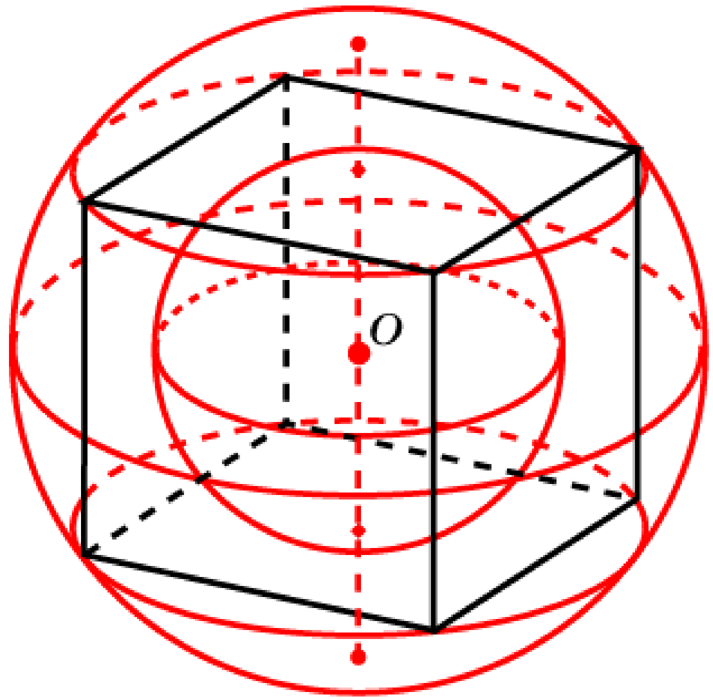
Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их площадей поверхностей и объемов.



Ответ: 2:3; 2:3.

Упражнение 7

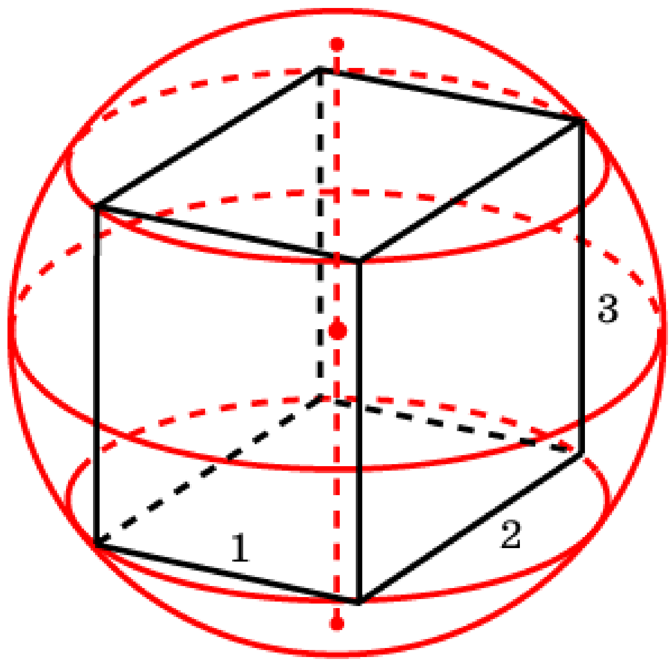
Во сколько раз площадь поверхности шара, описанного около куба, больше площади поверхности шара, вписанного в этот же куб?



Ответ: В три раза.

Упражнение 8

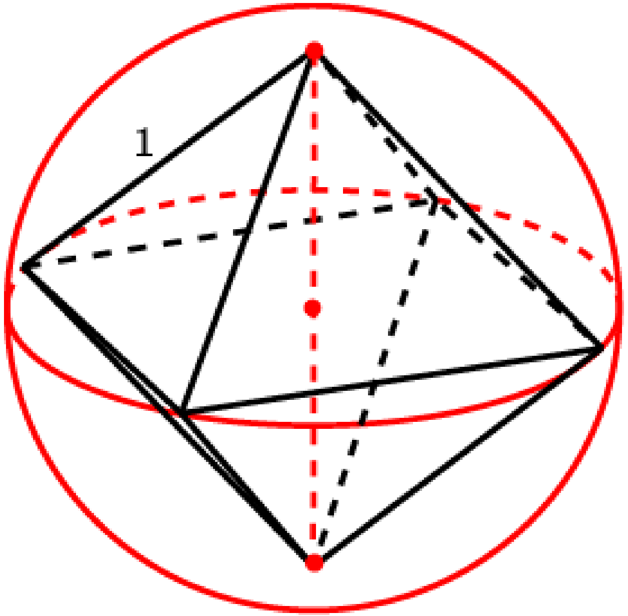
Около прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 1 дм, 2 дм и 3 дм, описан шар. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: 14 дм^2.

Упражнение 9

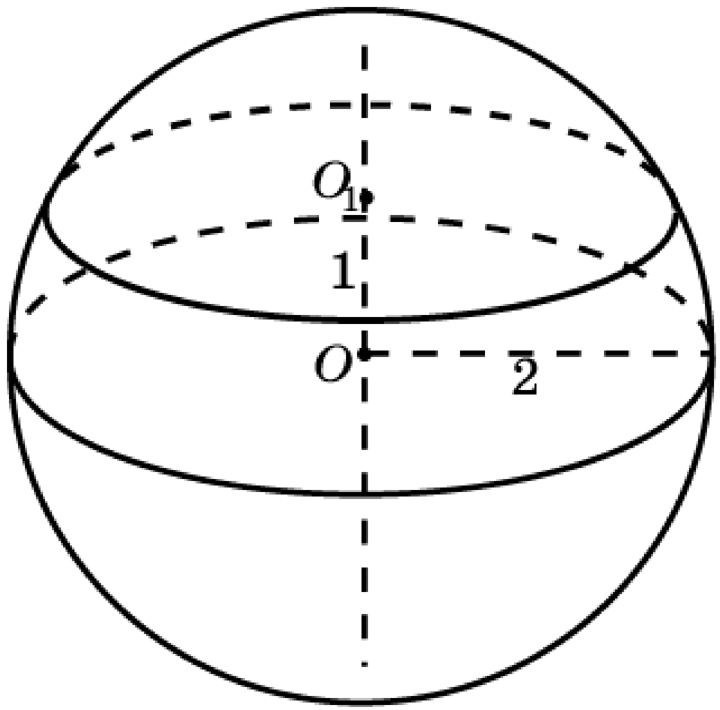
Около октаэдра, ребро которого равно 2 дм, описан шар. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: 8π дм^2.

Упражнение 10

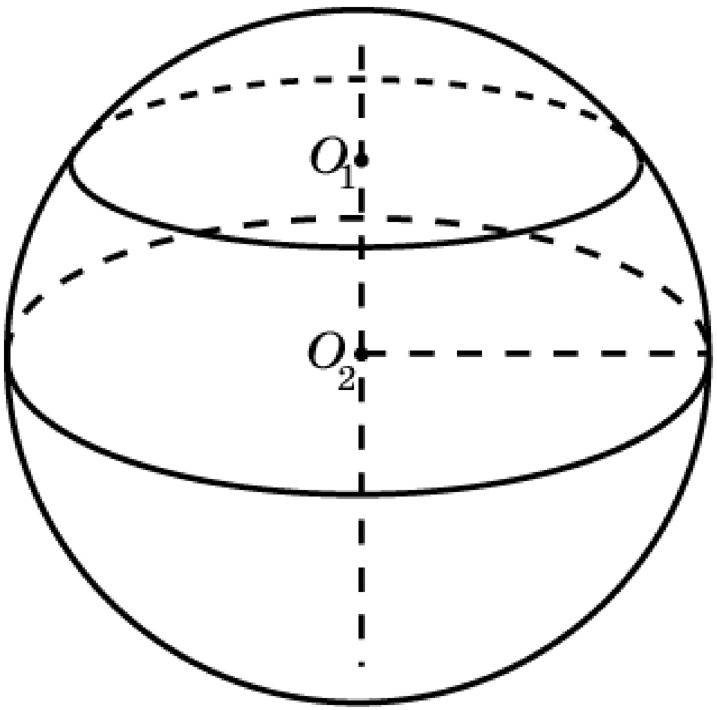
Найдите площадь боковой поверхности шарового сегмента, отсекаемого от шара радиуса 2 плоскостью, проходящей на расстоянии 1 от центра шара.



Ответ: 4π.

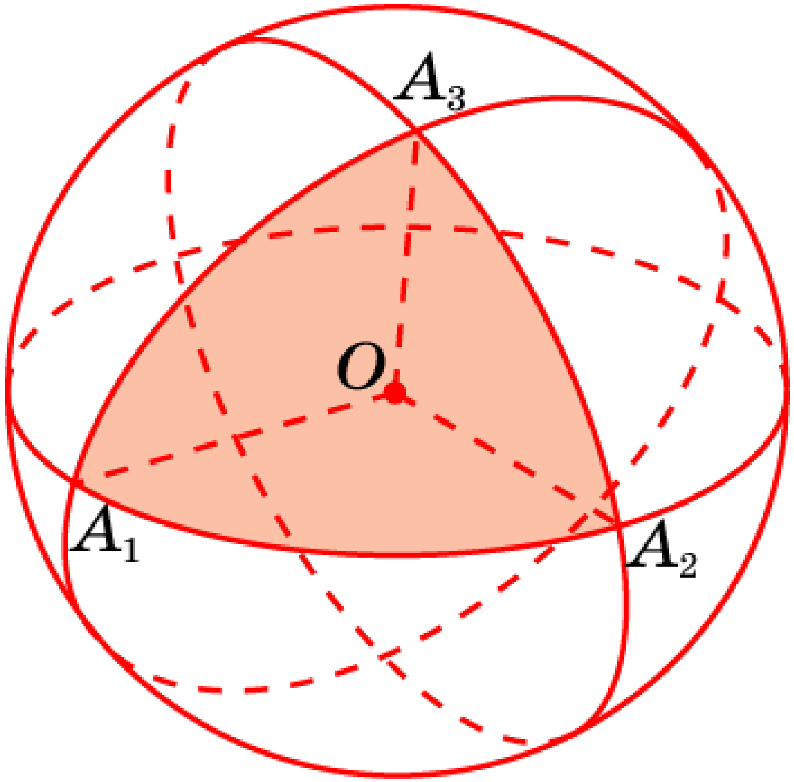
Упражнение 11

Шар радиуса 1 пересечен двумя параллельными плоскостями, которые делят перпендикулярный им диаметр шара в отношении 1 : 2 : 3. Определите площадь поверхности шара, заключенную между секущими плоскостями.



Ответ: $\frac{4}{3}\pi.$

ПЛОЩАДЬ СФЕРИЧЕСКОГО МНОГОУГОЛЬНИКА



Сферическим многоугольником будем называть часть сферы, заключенной внутри многогранного угла с вершиной в центре сферы.

Напомним, что численная величина многогранного угла равна половине площади сферического многоугольника, высекаемого многогранным углом из единичной сферы с центром в вершине данного многогранного угла (см. раздел «Многогранные углы»).

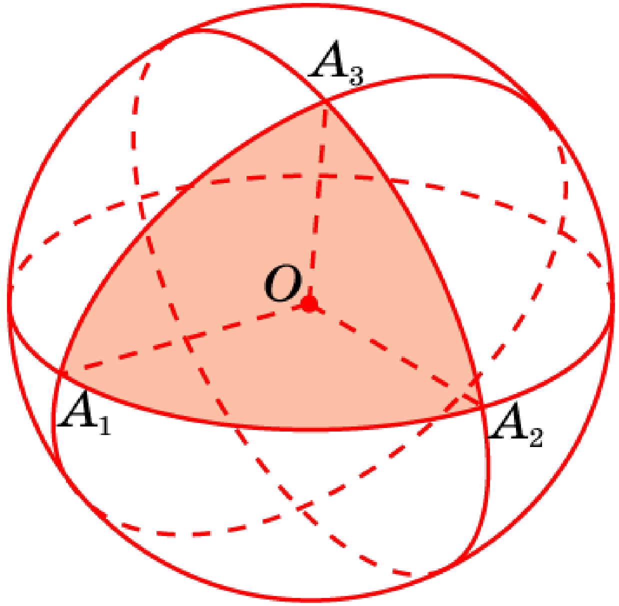
Площадь сферического n-угольника $A_1\ldots A_n$ на сфере с центром O и радиусом R выражается формулой

$$S(A_1 \ldots A_n) = (\angle A_1 + \ldots + \angle A_n - \pi(n-2))R^2,$$

где $\angle A_1, \ldots, \angle A_n$ – углы сферического многоугольника, равные соответствующим двугранным углам многогранного угла $OA_1\ldots A_n$

Упражнение 12

Найдите площадь сферического треугольника на единичной сфере, углы которого равны: а) 90°; б) 90°; в) 90°.

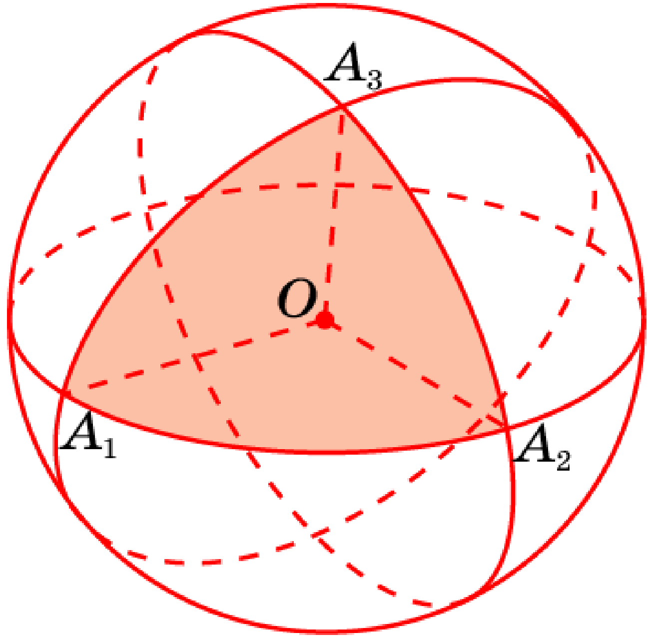


Решение. Данный треугольник составляет одну восьмую часть единичной сферы. Следовательно, его площадь равна одной восьмой площади единичной сферы, т.е. $\frac{\pi}{2}$.

Ответ: $\frac{\pi}{2}$.

Упражнение 13

Найдите площадь сферического треугольника на единичной сфере, углы которого равны: а) 80°; б) 90°; в) 100°.



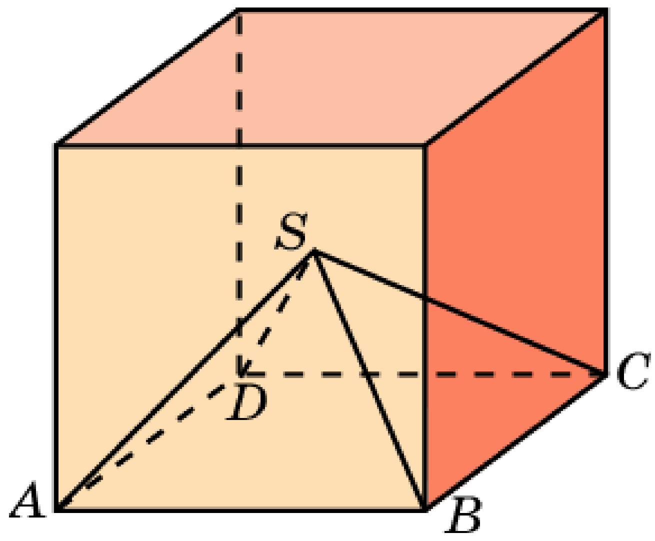
Решение. Переходя от градусов к числам, получим, что углы сферического треугольника равны: а) $\frac{4\pi}{9}$, б) $\frac{\pi}{2}$, в) $\frac{5\pi}{9}$.

Следовательно, площадь сферического треугольника равна $\frac{\pi}{2}$.

Ответ: $\frac{\pi}{2}$.

Упражнение 14

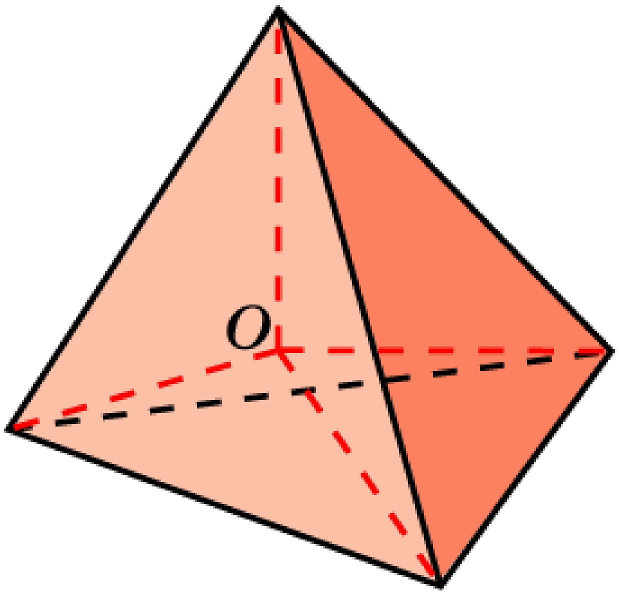
Центром единичной сферы является вершина правильной четырехугольной пирамиды с ребром основания 2 и высотой 1. Найдите площадь части сферы, заключенной внутри пирамиды.



Решение. Величина искомого четырехгранного угла составляет одну шестую часть пространства. Следовательно, искомая площадь равна $\frac{2\pi}{3}$.

Упражнение 15

Центром единичной сферы является вершина правильной треугольной пирамиды, боковые ребра которой равны 1, а высота $\frac{1}{3}$. Найдите площадь части сферы, заключенной внутри пирамиды.

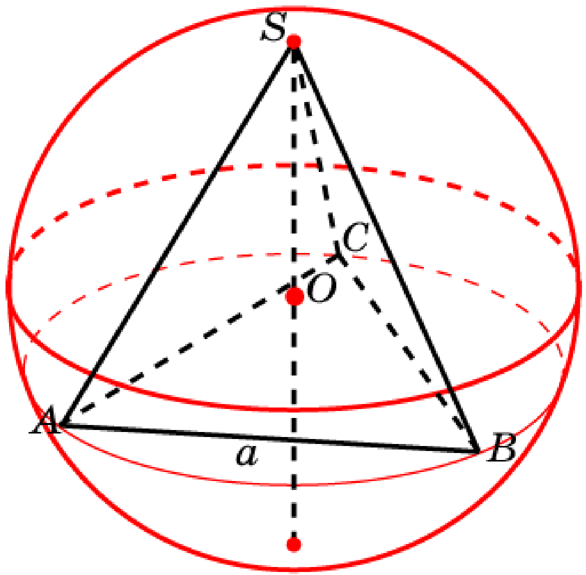


Решение: Указанные пирамиды разбивают правильный тетраэдр на четыре равные пирамиды с вершинами в центре *O* тетраэдра. Следовательно, 3-гранный угол при вершине пирамиды составляет одну четвертую часть угла в 360°, т.е. равен 90°.

Ответ: $\frac{\pi}{4}$.

Упражнение 16

В сферу радиуса 1 вписан правильный тетраэдр, и три его грани, исходящие из одной вершины, продолжены до пересечения со сферой. Вычислите площадь части поверхности сферы, заключенной внутри образовавшегося трехгранного угла.



Решение. Сфера является объединением четырех сферических треугольников, соответствующих трехгранным углам тетраэдра, и шести сферических двуугольников, соответствующих двугранным углам тетраэдра. Обозначим площади этих сферических треугольника и двуугольника x и y. Тогда $4x + 6y = 4\pi$ (площадь сферы) $x + 3y = \frac{4}{3}\pi$ (площадь сегмента). Следовательно,

$$x = \frac{2}{3}\pi.$$

Ответ: $\frac{2}{3}\pi.$