

А.Г. МОРДКОВИЧ, Е.Е. ТУЛЬЧИНСКАЯ

# АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

10-  
11

КЛАССЫ



МНЕМОЗИНА

**А. Г. МОРДКОВИЧ, Е. Е. ТУЛЬЧИНСКАЯ**

# **АЛГЕБРА**

## **И НАЧАЛА АНАЛИЗА**

# **10 - 11**

**К Л А С С Ы**

**КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ  
для общеобразовательных учреждений**

2-е издание



Москва 2003

УДК 373.167.1:[512 + 517.1]  
ББК 22.141я721 + 22.161я721  
М 79

**Мордкович А. Г., Тульчинская Е. Е.**  
М 79 Алгебра и начала анализа. 10—11 кл.: Контрольные работы для общеобразоват. учреждений. — 2-е изд. — М.: Мнемозина, 2003. — 62 с.  
ISBN 5-346-00175-1

Пособие содержит примерное поурочное планирование и четыре варианта контрольных работ для изучения курса алгебры и начал анализа в 10—11 классах.

УДК 373.167.1:[512 + 517.1]  
ББК 22.141я721 + 22.161я721

© «Мнемозина», 2000  
© «Мнемозина», 2003  
© Художественное оформление.  
«Мнемозина», 2003  
Все права защищены

ISBN 5-346-00175-1

# Предисловие

Издательство «Мнемозина» в 2000—2002 гг. опубликовало ряд изданий учебно-методического комплекта из четырех книг для 10—11-го классов общеобразовательной школы:

*Мордкович А. Г.* Алгебра и начала анализа. Учебник.

*Мордкович А. Г. и др.* Алгебра и начала анализа. Задачник.

*Мордкович А. Г., Тульчинская Е. Е.* Алгебра и начала анализа. Контрольные работы.

*Мордкович А. Г.* Алгебра и начала анализа. Методическое пособие для учителя.

У вас в руках — одна из книг указанного комплекта. Ее цель — оказать методическую помощь учителям математики, работающим по названным выше учебнику и задачнику.

Пособие содержит примерное поурочное планирование курса алгебры и начал анализа на два учебных года, составленное в соответствии с названиями параграфов из упомянутых выше учебника и задачника, и 13 контрольных работ, представленных в четырех вариантах.

Каждая контрольная работа выстроена по одной и той же схеме: задания базового уровня (до первой черты), среднего уровня (в полосе от первой черты до второй) и задания повышенного уровня сложности

(после второй черты). Шкала оценок за выполнение контрольной работы может выглядеть так: за успешное выполнение заданий только первого уровня — оценка «3»; за успешное выполнение заданий двух уровней (базового и второго или третьего) — оценка «4»; за успешное выполнение всех заданий — оценка «5». Во всех случаях рекомендуем не снижать оценку за неверное решение одного задания в базовом уровне.

Все контрольные работы, кроме работы № 7, рассчитаны на один урок, контрольная работа № 7 — на два урока.

*Авторы*

# ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 класс

Тема 1 (28 ч)

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

- |     |   |     |
|-----|---|-----|
| 1.  | Введение (длина дуги окружности)  | 1 ч |
| 2.  | Числовая окружность   | 2 ч |
| 3.  | Числовая окружность<br>на координатной плоскости  | 2 ч |
| 4.  | Синус и косинус   | 3 ч |
| 5.  | Тангенс и котангенс   | 1 ч |
| 6.  | Тригонометрические функции<br>числового аргумента   | 2 ч |
| 7.  | Тригонометрические функции<br>углового аргумента  | 2 ч |
|     | <i>Контрольная работа № 1</i>   | 1 ч |
| 8.  | Формулы приведения  | 2 ч |
| 9.  | Функция $y = \sin x$ , ее свойства и график   | 2 ч |
| 10. | Функция $y = \cos x$ , ее свойства и график   | 2 ч |
| 11. | Периодичность функций $y = \sin x$ ,<br>$y = \cos x$                                      | 1 ч |
| 12. | Как построить график функции<br>$y = mf(x)$ , если известен график<br>функции $y = f(x)$  | 1 ч |
| 13. | Как построить график функции $y = f(kx)$ ,<br>если известен график функции $y = f(x)$     | 2 ч |
| 14. | График гармонического колебания   | 1 ч |
| 15. | Функции $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ ,<br>их свойства и графики | 2 ч |
|     | <i>Контрольная работа № 2</i>   | 1 ч |

Тема 2 (10 ч)

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

- |     |  |     |
|-----|--|-----|
| 16. | Первые представления о решении<br>простейших тригонометрических<br>уравнений | 1 ч |
|-----|--|-----|

17. Арккосинус и решение уравнения  $\cos x = a$  2 ч
18. Арксинус и решение уравнения  $\sin x = a$  2 ч
19. Арктангенс и решение уравнения  $\operatorname{tg} x = a$ .  
Арккотангенс и решение уравнения  $\operatorname{ctg} x = a$  1 ч
20. Тригонометрические уравнения 3 ч  
*Контрольная работа № 3* 1 ч

### Тема 3 (16 ч)

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

21. Синус и косинус суммы аргументов 2 ч
22. Синус и косинус разности аргументов 2 ч
23. Тангенс суммы и разности аргументов 2 ч  
*Контрольная работа № 4* 1 ч
24. Формулы двойного аргумента 2 ч
25. Формулы понижения степени 1 ч
26. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение 3 ч
27. Преобразование произведений тригонометрических функций в сумму 1 ч
28. Преобразование выражения  $A \sin x + B \cos x$  к виду  $C \sin(x + t)$  1 ч  
*Контрольная работа № 5* 1 ч

### Тема 4 (36 ч)

## ПРОИЗВОДНАЯ

29. Числовые последовательности (определение, примеры, свойства) 1 ч
30. Предел числовой последовательности:  
1) понятие предела последовательности 1 ч  
2) вычисление пределов последовательностей 1 ч

- 3) сумма бесконечной геометрической прогрессии 1 ч
31. Предел функции:
- 1) предел функции на бесконечности 2 ч
  - 2) предел функции в точке 2 ч
  - 3) приращение аргумента, приращение функции 1 ч
32. Определение производной:
- 1) задачи, приводящие к понятию производной 1 ч
  - 2) определение производной, ее геометрический и физический смысл 1 ч
  - 3) алгоритм отыскания производной 2 ч
33. Вычисление производных:
- 1) формулы дифференцирования (для функций  $y = C$ ,  $y = kx + m$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ) 2 ч
  - 2) правила дифференцирования (сумма, произведение, частное; дифференцирование функций  $y = x^n$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ) 3 ч
  - 3) дифференцирование функции  $y = f(kx + m)$  1 ч
- Контрольная работа № 6* 1 ч
34. Уравнение касательной к графику функции 2 ч
35. Применение производной для исследования функций:
- 1) исследование функций на монотонность 2 ч
  - 2) отыскание точек экстремума 2 ч
  - 3) построение графиков функций 3 ч
36. Отыскание наибольших и наименьших значений функций:
- 1) отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке 3 ч



2) задачи на отыскание наибольших

и наименьших значений величин

*Контрольная работа № 7*

*Повторение*

## ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

11 класс

ПОВТОРЕНИЕ КУРСА 10 КЛАССА

*Тема 5 (9 ч)*

### ИНТЕГРАЛ

37. Первообразная и неопределенный интеграл

38. Определенный интеграл:

1) задачи, приводящие к понятию  
определенного интеграла

2) определенный интеграл,  
его вычисление и свойства

3) вычисление площадей плоских фигур

*Контрольная работа № 8*

*Тема 6 (20 ч)*

### СТЕПЕНИ И КОРНИ.

### СТЕПЕННЫЕ ФУНКЦИИ

39. Понятие корня  $n$ -й степени  
из действительного числа

40. Функции  $y = \sqrt[n]{x}$ , их свойства и графики

41. Свойства корня  $n$ -й степени

42. Преобразование выражений,  
содержащих радикалы

*Контрольная работа № 9*

43. Обобщение понятия о показателе  
степени

44. Степенные функции, их свойства и графики (включая дифференцирование и интегрирование степенной функции с рациональным показателем) 4 ч  
*Контрольная работа № 10* 1 ч

Тема 7 (29 ч)

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

45. Показательная функция, ее свойства и график 3 ч  
 46. Показательные уравнения 3 ч  
 47. Показательные неравенства 2 ч  
 48. Понятие логарифма 2 ч  
 49. Функция  $y = \log_a x$ , ее свойства и график 3 ч  
*Контрольная работа № 11* 1 ч  
 50. Свойства логарифмов 3 ч  
 51. Логарифмические уравнения 3 ч  
 52. Логарифмические неравенства 3 ч  
 53. Переход к новому основанию логарифма 2 ч  
 54. Дифференцирование показательной и логарифмической функций 3 ч  
*Контрольная работа № 12* 1 ч

Тема 8 (20 ч)

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА.  
СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

55. Равносильность уравнений 3 ч  
 56. Общие методы решения уравнений 4 ч  
 57. Решение неравенств с одной переменной 5 ч  
*Контрольная работа № 13* 1 ч  
 58. Системы уравнений 4 ч  
 59. Уравнения и неравенства с параметрами 3 ч  
*Повторение* 18 ч

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

(Определение тригонометрических функций)

## Вариант 1

1. Вычислите:

а)  $\sin \frac{7\pi}{3}$ ;

в)  $\operatorname{tg} \left( -\frac{13\pi}{6} \right)$ ;

б)  $\cos \left( -\frac{5\pi}{4} \right)$ ;

г)  $\operatorname{ctg} 13,5\pi$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sin t = \frac{1}{2}$ ;

б)  $\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3. Упростите выражение

$$\operatorname{ctg} t \cdot \sin(-t) + \cos(2\pi - t).$$

4. Докажите тождество

$$\frac{\operatorname{ctg} t}{\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t} = \cos^2 t.$$

5. Вычислите

$$2 \sin 870^\circ + \sqrt{12} \cdot \cos 570^\circ - \operatorname{tg}^2 60^\circ.$$

---

6. Известно, что  $\sin t = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .

Вычислите:  $\cos t$ ,  $\operatorname{tg} t$ ,  $\operatorname{ctg} t$ .

---

7. Существует ли такое число  $t$ , что выполняется равенство

$$\sin t = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}?$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

(Определение тригонометрических функций)

## Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $\cos \frac{5\pi}{6}$ ;

в)  $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{3}$ ;

б)  $\sin \left(-\frac{7\pi}{4}\right)$ ;

г)  $\operatorname{ctg}(-3,5\pi)$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sin t = -\frac{1}{2}$ ;

б)  $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3. Упростите выражение

$$\operatorname{tg}(-t) \cdot \cos t - \sin(4\pi - t).$$

4. Докажите тождество

$$\operatorname{ctg} t \cdot \sin^2 t = (\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t)^{-1}.$$

5. Вычислите

$$4 \cos 840^\circ - \sqrt{48} \cdot \sin 600^\circ + \operatorname{ctg}^2 30^\circ.$$

---

6. Известно, что  $\cos t = -\frac{4}{5}$ ,  $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$ .

Вычислите:  $\sin t$ ,  $\operatorname{tg} t$ ,  $\operatorname{ctg} t$ .

---

7. Существует ли такое число  $t$ , что выполняется равенство

$$\cos t = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{10}}?$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

(Определение тригонометрических функций)

## Вариант 3

1. Вычислите:

а)  $\sin \frac{9\pi}{4}$ ;      в)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$ ;

б)  $\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ ;      г)  $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      б)  $\cos t = -\frac{1}{2}$ .

3. Упростите выражение

$$\operatorname{tg} t \cdot \cos(-t) + \sin(\pi + t).$$

4. Докажите тождество

$$\frac{\operatorname{tg} t}{\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t} = \sin^2 t.$$

5. Вычислите

$$4 \sin^2 120^\circ - 2 \cos 600^\circ + \sqrt{27} \operatorname{tg} 660^\circ.$$

---

6. Известно, что  $\sin t = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .

Вычислите:  $\cos t$ ,  $\operatorname{tg} t$ ,  $\operatorname{ctg} t$ .

---

7. Существует ли такое число  $t$ , что выполняется равенство

$$\sin t = \frac{1}{\sqrt{14} - \sqrt{8}}?$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

(Определение тригонометрических функций)

## Вариант 4

1. Вычислите:

а)  $\cos \frac{2\pi}{3}$ ;                      в)  $\operatorname{tg} \frac{17\pi}{6}$ ;

б)  $\sin \left(-\frac{11\pi}{4}\right)$ ;                      г)  $\operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

2. Решите уравнения:

а)  $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;                      б)  $\cos t = \frac{1}{2}$ .

3. Упростите выражение

$$\operatorname{ctg}(-t) \cdot \sin t + \cos(\pi + t).$$

4. Докажите тождество

$$\operatorname{tg} t \cdot \cos^2 t = (\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t)^{-1}.$$

5. Вычислите

$$4 \sin 690^\circ - 8 \cos^2 210^\circ + \sqrt{27} \operatorname{ctg} 660^\circ.$$

---

6. Известно, что  $\cos t = -\frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ .

Вычислите:  $\sin t$ ,  $\operatorname{tg} t$ ,  $\operatorname{ctg} t$ .

---

7. Существует ли такое число  $t$ , что выполняется равенство

$$\cos t = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{8}}?$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

(Свойства и графики тригонометрических функций)

## Вариант 1

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \sin x \text{ на отрезке } \left[ \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right].$$

2. Упростите выражения:

а)  $\cos^2(\pi + t) + \cos^2(\pi - t)$ ;

б) 
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) \operatorname{tg}(-t)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right)}$$
.

3. Решите уравнение

$$\cos(2\pi - t) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) = 1.$$

4. Постройте график функции

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2.$$

---

5. Постройте график функции

$$y = -2\sin 3x.$$

---

6. Известно, что  $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$ . Докажите, что

$$f(\sin x) = 3\sin x - 2\cos^2 x.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

(Свойства и графики тригонометрических функций)

## Вариант 2

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \cos x \text{ на отрезке } \left[ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{3} \right].$$

2. Упростите выражения:

$$\text{а) } \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} + t \right) + \sin^2 (\pi - t);$$

$$\text{б) } \frac{\cos \left( \frac{\pi}{2} - t \right) \operatorname{ctg}(-t)}{\sin \left( \frac{\pi}{2} + t \right)}.$$

3. Решите уравнение

$$\sin (2\pi - t) - \cos \left( \frac{3\pi}{2} + t \right) + 1 = 0.$$

4. Постройте график функции

$$y = \sin \left( x - \frac{\pi}{6} \right) + 1.$$

5. Постройте график функции

$$y = 2 \cos \frac{x}{2}.$$

6. Известно, что  $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ . Докажите, что

$$f(\cos x) = 2 \cos x - 3 \sin^2 x.$$



# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

(Свойства и графики тригонометрических функций)

## Вариант 3

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \sin x \text{ на отрезке } \left[ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right].$$

2. Упростите выражения:

а)  $\sin^2(\pi + t) - \sin^2(\pi - t)$ ;

б) 
$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right)}{\sin(\pi - t)\operatorname{tg}(-t)}$$
.

3. Решите уравнение

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \cos(\pi + t) + 1 = 0.$$

4. Постройте график функции

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1.$$

---

5. Постройте график функции

$$y = -2\cos 3x.$$

---

---

6. Известно, что  $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ . Докажите, что

$$f(\sin x) = 2\sin x - 3\cos^2 x + 2.$$

(Свойства и графики тригонометрических функций)

## Вариант 4

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \cos x \text{ на отрезке } \left[ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{3} \right].$$

2. Упростите выражения:

а)  $\cos^2(2\pi - t) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + t\right);$

б) 
$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) \operatorname{ctg}(-t)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)}.$$

3. Решите уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \sin(\pi - t) = 1.$$

4. Постройте график функции

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2.$$

5. Постройте график функции

$$y = 2\sin \frac{x}{2}.$$

6. Известно, что  $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ . Докажите, что

$$f(\cos x) = 3\cos x - 2\sin^2 x + 1.$$

### Вариант 1

Решите уравнения:

1.  $2 \sin x + \sqrt{2} = 0.$

2.  $\cos \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + 1 = 0.$

3.  $\sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0.$

4.  $\sin x \cos x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x.$

5. Решите уравнение

$$3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2.$$

6. Найдите корни уравнения  $\sin 3x = \cos 3x$ , принадлежащие отрезку  $[0, 4]$ .

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3**  
**(Тригонометрические уравнения)**

**Вариант 2**

Решите уравнения:

1.  $2 \cos x + \sqrt{3} = 0.$

2.  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0.$

3.  $\cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0.$

4.  $3 \sin^2 x = 2 \sin x \cos x + \cos^2 x.$

---

5. Решите уравнение

$$5 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 4.$$

---

---

6. Найдите корни уравнения  $\sin 2x = \sqrt{3} \cos 2x$ , принадлежащие отрезку  $[-1, 6]$ .

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3**  
**(Тригонометрические уравнения)**

**Вариант 3**

Решите уравнения:

1.  $2\sin x - 1 = 0.$

2.  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0.$

3.  $6\sin^2 x - 5\cos x + 5 = 0.$

4.  $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0.$

---

5. Решите уравнение

$$\sin^2 x - 9\sin x \cos x + 3\cos^2 x = -1.$$

---

6. Найдите корни уравнения  $\sqrt{3} \sin 2x = \cos 2x$ , принадлежащие отрезку  $[-1, 4]$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

## (Тригонометрические уравнения)

### Вариант 4

Решите уравнения:

1.  $2\cos x - \sqrt{2} = 0.$

2.  $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 1.$

3.  $\cos^2 x + 2\sin x + 2 = 0.$

4.  $6\sin^2 x = 5\sin x \cos x - \cos^2 x.$

---

5. Решите уравнение

$$5\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 1.$$

---

6. Найдите корни уравнения  $\sin 3x + \cos 3x = 0$ , принадлежащие отрезку  $[0, 6]$ .

---

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

## (Тригонометрические функции сложения аргументов)

### Вариант 1

1. Найдите значения выражений:

а)  $\sin 58^\circ \cos 13^\circ - \cos 58^\circ \sin 13^\circ$ ;

б)  $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12}$ .

2. Упростите выражения:

а)  $\cos(t - s) - \sin t \sin s$ ;

б)  $\frac{1}{2} \cos \alpha - \sin \left( \frac{\pi}{6} + \alpha \right)$ .

3. Докажите тождество

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta.$$

4. Решите уравнение

$$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x = 0.$$

5. Зная, что  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ,

найдите  $\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)$ .

6. Известно, что  $\cos \left( \frac{\pi}{4} + t \right) + \cos \left( \frac{\pi}{4} - t \right) = p$ .

Найдите  $\cos \left( \frac{\pi}{4} + t \right) \cos \left( \frac{\pi}{4} - t \right)$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

(Тригонометрические функции  
сложения аргументов)

## Вариант 2

1. Найдите значения выражений:

а)  $\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{10}$ ;

б)  $\cos 78^\circ \cos 108^\circ + \sin 78^\circ \sin 108^\circ$ .

2. Упростите выражения:

а)  $\sin(\alpha - \beta) + \cos \alpha \sin \beta$ ;

б)  $\frac{1}{2} \sin \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$ .

3. Докажите тождество

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 0.$$

---

5. Зная, что  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , найдите  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ .

---

6. Известно, что  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - t\right) = p$ .

Найдите  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + t\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - t\right)$ .



(Тригонометрические функции  
сложения аргументов)

Вариант 3

1. Найдите значения выражений:

а)  $\sin 81^\circ \cos 21^\circ - \cos 81^\circ \sin 21^\circ$ ;

б)  $\cos \frac{5\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8}$ .

2. Упростите выражения:

а)  $\cos x \cos y - \cos (x - y)$ ;

б)  $\sin \left( \frac{\pi}{3} + \alpha \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$ .

3. Докажите тождество

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta.$$

4. Решите уравнение

$$\sin 5x \cos x - \cos 5x \sin x = 0.$$

5. Зная, что  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , найдите  $\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)$ .

6. Известно, что  $\cos \left( \frac{\pi}{6} + t \right) + \cos \left( \frac{\pi}{6} - t \right) = p$ .

Найдите  $\cos \left( \frac{\pi}{6} + t \right) \cos \left( \frac{\pi}{6} - t \right)$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

(Тригонометрические функции  
сложения аргументов)

## Вариант 4

1. Найдите значения выражений:

а)  $\sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{\pi}{7}$ .

б)  $\cos 78^\circ \cos 18^\circ + \sin 78^\circ \sin 18^\circ$ .

2. Упростите выражения:

а)  $\sin \alpha \cos \beta - \sin (\alpha - \beta)$ ;

б)  $\cos \left( \frac{\pi}{3} + x \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$ .

3. Докажите тождество

$$\cos (\alpha + \beta) - \cos (\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta .$$

4. Решите уравнение

$$\cos 4x \cos x + \sin 4x \sin x = 0 .$$

---

5. Зная, что  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , найдите  $\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \alpha \right)$ .

---

---

6. Известно, что  $\sin \left( \frac{\pi}{6} + t \right) + \sin \left( \frac{\pi}{6} - t \right) = p$ .

Найдите  $\sin \left( \frac{\pi}{6} + t \right) \sin \left( \frac{\pi}{6} - t \right)$ .

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

## (Формулы тригонометрии)

### Вариант 1

1. Упростите выражение

$$1 - \frac{\sin 2t \cos t}{2 \sin t}.$$

2. Решите уравнение

$$\sin 5x = \sin 3x.$$

3. Докажите тождество

$$2 \cos^2 (45^\circ + 4\alpha) + \sin 8\alpha = 1.$$

4. Вычислите

$$\cos 70^\circ + \sin 140^\circ - \cos 10^\circ.$$

---

5. Решите уравнение

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1.$$

---

6. Решите уравнение

$$\sin 5x + \sin x + 2 \sin^2 x = 1.$$

Вариант 2

1. Упростите выражение

$$\frac{\cos 2t}{\cos t + \sin t} - \cos t.$$

2. Решите уравнение

$$\cos 8x = \cos 6x.$$

3. Докажите тождество

$$2 \sin^2(45^\circ - 2t) + \sin 4t = 1.$$

4. Вычислите

$$\sin 72^\circ + \cos 222^\circ - \sin 12^\circ.$$

5. Решите уравнение

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1.$$

6. Решите уравнение

$$2 \cos^2 3x + \cos 3x + \cos 9x = 1.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

## (Формулы тригонометрии)

### Вариант 3

1. Упростите выражение

$$1 - \frac{\sin 2t \sin t}{2 \cos t}$$

2. Решите уравнение

$$\sin 7x = \sin 5x.$$

3. Докажите тождество

$$2 \cos^2 (45^\circ + 3\alpha) + \sin 6\alpha = 1.$$

4. Вычислите

$$\cos 50^\circ + \sin 160^\circ - \cos 10^\circ.$$

---

5. Решите уравнение

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1.$$

---

6. Решите уравнение

$$\sin 6x + \sin 2x + 2\sin^2 x = 1.$$

Вариант 4

1. Упростите выражение

$$\frac{\cos 2t}{\cos t - \sin t} - \sin t.$$

2. Решите уравнение

$$\cos 6x = \cos 4x.$$

3. Докажите тождество

$$2 \sin^2(45^\circ - 3t) + \sin 6t = 1.$$

4. Вычислите

$$\sin 84^\circ + \cos 234^\circ - \sin 24^\circ.$$

5. Решите уравнение

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1.$$

6. Решите уравнение

$$2\cos^2 2x + \cos 2x + \cos 6x = 1.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

(Правила и формулы отыскания производных)

## Вариант 1

1. Найдите производные функций:

а)  $y = x^5$ ;                      г)  $y = 3 - 2x$ ;

б)  $y = 3$ ;                        д)  $y = 2\sqrt{x} + 3 \sin x$ .

в)  $y = \frac{4}{x}$ ;

2. Найдите производные функций:

а)  $y = x \cos x$ ;                      в)  $y = (3x + 5)^4$ .

б)  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$ ;

3. Вычислите  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ , если

$$f(x) = 2 \sin x + 3x^2 - 2\pi x + 3.$$

4. Прямолинейное движение точки описывается законом  $s = t^5 - t^3$  (м). Найдите ее скорость в момент времени  $t = 2$  с.

---

5. Найдите все значения  $x$ , при которых выполняется неравенство  $f'(x) \leq 0$ , если  $f(x) = 12x - x^3$ .

---

6. Найдите все значения  $x$ , при которых выполняется равенство  $f'(x) = 0$ , если

$$f(x) = \cos 2x + x\sqrt{3} \quad \text{и} \quad x \in [0, 4\pi].$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

## (Правила и формулы отыскания производных)

### Вариант 2

1. Найдите производные функций:

а)  $y = x^4$ ;                      г)  $y = 3x + 2$ ;

б)  $y = 4$ ;                      д)  $y = 2\cos x - 4\sqrt{x}$ .

в)  $y = -\frac{3}{x}$ ;

2. Найдите производные функций:

а)  $y = x \sin x$ ;                      в)  $y = (2x - 3)^5$ .

б)  $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{x}$ ;

3. Вычислите  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ , если

$$f(x) = 1,5x^2 - \frac{\pi x}{2} + 5 - 4 \cos x.$$

4. Прямолинейное движение точки описывается законом  $s = t^4 - 2t^2$  (м). Найдите ее скорость в момент времени  $t = 3$ с.

---

5. Найдите все значения  $x$ , при которых выполняется неравенство  $f'(x) > 0$ , если  $f(x) = 6x^2 - x^3$ .

---

6. Найдите все значения  $x$ , при которых выполняется равенство  $f'(x) = 0$ , если

$$f(x) = \sin 2x - x\sqrt{3} \text{ и } x \in [0, 4\pi].$$



Вариант 3

1. Найдите производные функций:

а)  $y = x^6$ ;      г)  $y = 3 - 5x$ ;

б)  $y = 2$ ;      д)  $y = 8\sqrt{x} + 0,5 \cos x$ .

в)  $y = \frac{5}{x}$ ;

2. Найдите производные функций:

а)  $y = \frac{\sin x}{x}$ ;      в)  $y = (5x + 1)^7$ .

б)  $y = x \operatorname{ctg} x$ ;

3. Вычислите  $f'(\frac{\pi}{6})$ , если  $f(x) = 2\cos x + x^2 - \frac{\pi x}{3} + 5$ .

4. Прямолинейное движение точки описывается законом  $s = t^4 - t^2$  (м). Найдите ее скорость в момент времени  $t = 3$  с.

5. Найдите все значения  $x$ , при которых выполняется неравенство  $f'(x) < 0$ , если  $f(x) = 81x - 3x^3$ .

6. Найдите все значения  $x$ , при которых выполняется равенство  $f'(x) = 0$ , если

$$f(x) = \cos 2x - x\sqrt{3} \text{ и } x \in [0, 4\pi].$$

(Правила и формулы отыскания производных)

Вариант 4

1. Найдите производные функций:

а)  $y = x^7$ ;      г)  $y = 4x + 5$ ;

б)  $y = 5$ ;      д)  $y = \sin x + \frac{\sqrt{x}}{2}$ .

в)  $y = -\frac{6}{x}$ ;

2. Найдите производные функций:

а)  $y = \frac{\cos x}{x}$ ;      в)  $y = (3x - 4)^6$ .

б)  $y = x \lg x$ ;

3. Вычислите  $f' \left( \frac{\pi}{3} \right)$ , если  $f(x) = 1,5x^2 + 6\sin x - \pi x + 4$ .

4. Прямолинейное движение точки описывается законом  $s = t^6 - 4t^4$  (м). Найдите ее скорость в момент времени  $t = 2$  с.

5. Найдите все значения  $x$ , при которых выполняется неравенство  $f'(x) \geq 0$ , если  $f(x) = 7,5x^2 - x^3$ .

6. Найдите все значения  $x$ , при которых выполняется равенство  $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = \sin 2x + x$  и  $x \in [0, 4\pi]$ .

(Применение производной к исследованию функций)

## Вариант 1

1. Дана функция  $y = x^3 - 3x^2 + 4$ . Найдите:

- а) промежутки возрастания и убывания функции;
- б) точки экстремума;
- в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-1, 4]$ .

2. Постройте график функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 4.$$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = 4\sqrt{x}$  в точке  $x = 4$ .

4. Площадь прямоугольного участка  $144 \text{ м}^2$ . При каких размерах участка длина окружающего его забора будет наименьшей?

5. Постройте график функции

$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

(Применение производной к исследованию функций)

## Вариант 2

1. Дана функция  $y = 0,5x^4 - 4x^2$ . Найдите:
- промежутки возрастания и убывания функции;
  - точки экстремума;
  - наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-1, 3]$ .

2. Постройте график функции

$$y = 0,5x^4 - 4x^2.$$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{6}{x}$  в точке  $x = 3$ .

- 
4. Площадь прямоугольного треугольника  $6 \text{ см}^2$ . Найдите наименьшее значение площади квадрата, построенного на гипотенузе треугольника.
- 

5. Постройте график функции

$$y = \frac{8x}{x^2 + 4}.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7

(Применение производной к исследованию функций)

## Вариант 3

1. Дана функция  $y = x^3 + 3x^2 - 4$ . Найдите:
- а) промежутки возрастания и убывания функции;
  - б) точки экстремума;
  - в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-4, 1]$ .

2. Постройте график функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 4.$$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = 2\sqrt{x}$  в точке  $x = 1$ .

- 
4. Площадь прямоугольного треугольника  $8 \text{ см}^2$ . Какими должны быть длины сторон треугольника, чтобы сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, была наименьшей?
- 

5. Постройте график функции

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

(Применение производной к исследованию функций)

## Вариант 4

1. Дана функция  $y = 0,25x^4 - 2x^2$ . Найдите:

- а) промежутки возрастания и убывания функции;
- б) точки экстремума;
- в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-3, 1]$ .

2. Постройте график функции

$$y = 0,25x^4 - 2x^2.$$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = \frac{9}{x} \text{ в точке } x = 3.$$

4. Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием составляют в сумме 36 см. Чему равен наибольший объем такого параллелепипеда?

5. Постройте график функции

$$y = \frac{4x}{x^2 + 1}.$$

Вариант 1

1. Докажите, что  $F(x) = x^4 - 3\sin x$  является первообразной для  $f(x) = 4x^3 - 3\cos x$ .

2. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \left( \frac{4}{x^2} + 3\sin x \right) dx.$$

3. Вычислите интегралы:

а)  $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}};$

б)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx.$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 1 - x^3, \quad y = 0, \quad x = -1.$$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 0,5x^2 + 2$ , касательной к этому графику в точке с абсциссой  $x = -2$ , и прямой  $x = 0$ .

6. Дана функция

$$y = \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} + \sin 3x + \frac{1}{\pi}.$$

Известно, что график некоторой ее первообразной проходит через точку  $(0; -1)$ . Чему равно значение

этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{6}$  ?

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

## (Первообразная и интеграл)

### Вариант 2

1. Докажите, что  $F(x) = x^5 + \cos x$  является первообразной для  $f(x) = 5x^4 - \sin x$ .

2. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \left( \frac{1}{x^2} - 2 \cos x \right) dx.$$

3. Вычислите интегралы:

а)  $\int_0^1 x^7 dx$

б)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin \frac{x}{2} dx$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^2, \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = 0.$$

---

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = x^3 + 2$ , касательной к этому графику в точке с абсциссой  $x = 1$  и прямой  $x = 0$ ; фигура расположена в правой координатной полуплоскости.

---

6. Дана функция

$$y = \frac{3}{\sin^2 x} + \cos 2x - \frac{2}{\pi}.$$

Известно, что график некоторой ее первообразной

проходит через точку  $\left( \frac{\pi}{2}; 0 \right)$ . Чему равно значение

этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{4}$ ?



Вариант 3

1. Докажите, что  $F(x) = x^3 - 2\sin x$  является первообразной для  $f(x) = 3x^2 - 2\cos x$ .

2. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \left( \frac{3}{x^2} + 5\cos x \right) dx.$$

3. Вычислите интегралы:

а)  $\int_{0,25}^{2,25} \frac{dx}{\sqrt{x}};$

б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx.$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^3, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 0.$$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 1,5x^2 + 3$ , касательной к этому графику в точке с абсциссой  $x = 2$  и прямой  $x = 0$ .

6. Дана функция

$$y = 12\cos 4x + \frac{8}{\pi} - \frac{1}{\sin^2 x}.$$

Известно, что график некоторой ее первообразной

проходит через точку  $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ . Чему равно значение

этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{2}$ ?

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

(Первообразная и интеграл)

## Вариант 4

1. Докажите, что  $F(x) = x^6 - 2\cos x$  является первообразной для  $f(x) = 6x^5 + 2\sin x$ .

2. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \left( \frac{5}{x^2} - 4\sin x \right) dx.$$

3. Вычислите интегралы:

а)  $\int_0^1 x^{10} dx$

б)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos \frac{x}{2} dx$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 1 - x^2, \quad y = 0.$$

---

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = x^3 - 3$ , касательной к этому графику в точке с абсциссой  $x = 1$  и прямой  $x = 0$ ; фигура расположена в правой координатной полуплоскости.

---

6. Дана функция

$$y = 3\sin 3x + \frac{6}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x}.$$

Известно, что график некоторой ее первообразной проходит через точку  $(0; 5)$ . Чему равно значение

этой первообразной в точке  $x = \frac{\pi}{6}$ ?

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

(Корень  $n$ -й степени)

## Вариант 1

1. Вычислите:

а)  $\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} + \sqrt[4]{256}$ ;

б)  $\sqrt[6]{3^7 \cdot 4^5} \cdot \sqrt[6]{3^5 \cdot 4}$

2. Упростите выражение

$$(\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[4]{y}) + 2\sqrt[8]{y^7} : \sqrt[8]{y^3}.$$

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \sqrt[4]{x-2} + 3.$$

---

4. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{x} = x - 6.$$

---

5. Вычислите значение выражения

$$\sqrt[5]{243m^5} + \sqrt[4]{16m^4} - \sqrt{36m^2} \text{ при } m = -\frac{1}{7}.$$

---

6. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{32x^2} + \sqrt[3]{16x} = 4.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

(Корень  $n$ -й степени)

## Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $\sqrt{0,64} + \sqrt[3]{-15\frac{5}{8}} + \sqrt[4]{81}$ ;

б)  $\sqrt[5]{3^3 \cdot 7^2} \cdot \sqrt[5]{12^2 \cdot 7^3}$

$\sqrt[5]{23 \cdot 7^2} \cdot \sqrt[5]{2^{12} \cdot 7^3}$

2. Упростите выражение

$$(2\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b})^2 + 4\sqrt[12]{a^7 b^8} : \sqrt[12]{a^5 b^6}.$$

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \sqrt[3]{x+1} - 4.$$

---

4. Решите уравнение

$$\sqrt[4]{x} = 3x - 2.$$

---

---

5. Вычислите значение выражения

$$\sqrt[4]{625c^4} - \sqrt[5]{32c^5} + \sqrt{36c^2} \text{ при } c = -\frac{1}{13}.$$

6. Решите уравнение

$$12 - \sqrt[3]{16y} = \sqrt[3]{32y^2}.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

(Корень  $n$ -й степени)

## Вариант 3

1. Вычислите:

а)  $\sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt[3]{-1\frac{61}{64}} + \sqrt[4]{625}$ ;      б)  $\sqrt[8]{5^9 \cdot 9^7} \cdot \sqrt[8]{5^7 \cdot 9}$ .

2. Упростите выражение

$$(3\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})(3\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}) + \sqrt[9]{5b^8} : \sqrt[9]{5b^5}.$$

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \sqrt[4]{x-4} - 5.$$

---

4. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{x} = x + 6.$$

---

5. Вычислите значение выражения

$$\sqrt[5]{1024x^5} + \sqrt[4]{81x^4} - \sqrt{81x^2} \text{ при } x = -0,1.$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt[5]{128x^4} + \sqrt[5]{64x^2} = 4.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

(Корень  $n$ -й степени)

## Вариант 4

1. Вычислите:

а)  $\sqrt{0,81} + \sqrt[3]{-4\frac{12}{125}} + \sqrt[4]{16}$ ;      б)  $\sqrt[4]{3^5 \cdot 7^3} \cdot \sqrt[4]{3^3 \cdot 7}$ .

2. Упростите выражение

$$(\sqrt[4]{x} + 3\sqrt[4]{y})^2 - 6\sqrt[8]{x^5 y^7} : \sqrt[8]{x^3 y^5}.$$

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \sqrt[3]{x+2} + 1.$$

---

4. Решите уравнение

$$\sqrt[4]{x} = 2x - 1.$$

---

5. Вычислите значение выражения

$$\sqrt[4]{81y^4} - \sqrt[5]{32y^5} + \sqrt{16y^2} \text{ при } y = -\frac{2}{9}.$$

---

6. Решите уравнение

$$4 + \sqrt[5]{64y^2} = \sqrt[5]{128y^4}.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

(Степенные функции)

## Вариант 1

1. Вычислите:

а)  $2^{-3}$ ;      в)  $32^{\frac{1}{5}} - 81^{\frac{1}{4}}$ ;

б)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ ;      г)  $\left(2^{\frac{5}{3}} - 1\right) \left(2^{\frac{10}{3}} + 2^{\frac{5}{3}} + 1\right)$ .

2. Упростите выражения:

а)  $\left(\sqrt[4]{a^3}\right)^{\frac{4}{3}}$ ;      б)  $a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[8]{a^5}$ .

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = \frac{5}{3}x^{\frac{3}{5}} + x^{-4} \text{ в точке } x = 1.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^{\frac{1}{2}}, \quad x = 1, \quad x = 4, \quad y = 0.$$

5. Упростите выражение

$$\left(\frac{b^{0,5} + 3}{b^{1,5} - 3b} - \frac{b^{0,5} - 3}{b^{1,5} + 3b}\right) \cdot \frac{b - 9}{b^{0,5}}.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

## (Степенные функции)

### Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $4^{-3}$ ;

в)  $16^{\frac{1}{4}} - 125^{\frac{1}{3}}$ ;

б)  $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$ ;

г)  $\left(2 + 3^{\frac{2}{3}}\right)\left(4 - 2 \cdot 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{4}{3}}\right)$ .

2. Упростите выражения:

а)  $\left(\sqrt[5]{a^2}\right)^{-2,5}$ ;

б)  $a^{\frac{3}{7}} \cdot \sqrt[14]{a^5}$ .

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = x^{-\frac{1}{2}} \text{ в точке } x = \frac{1}{4}.$$

---

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x^6}, \quad x = 1, \quad x = 2, \quad y = 0.$$

---

---

5. Упростите выражение

$$\left(\frac{3}{a - 3a^{0,5}} - \frac{a^{1,5}}{a^2 - 9a}\right) : \frac{a^{0,5}}{a^{0,5} + 3}.$$



### Вариант 3

1. Вычислите:

а)  $3^{-2}$ ;                      в)  $64^{\frac{1}{3}} - 49^{\frac{1}{2}}$ ;

б)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$ ;                      г)  $\left(3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\left(3^{\frac{2}{3}} - 3^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{4}{3}}\right)$ .

2. Упростите выражения:

а)  $(\sqrt[6]{a^7})^{-\frac{6}{7}}$ ;                      б)  $b^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{b^7}$ .

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + x^{-3} \text{ в точке } x = 1.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^{-\frac{1}{3}}, \quad x = 1, \quad x = 8, \quad y = 0.$$

5. Упростите выражение

$$\left(\frac{a^{0,5} + 4}{a^{1,5} - 4a} - \frac{a^{0,5} - 4}{a^{1,5} + 4a}\right) \cdot \frac{a - 16}{a^{0,5}}.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

## (Степенные функции)

### Вариант 4

1. Вычислите:

а)  $4^{-2}$ ;                      в)  $27^{\frac{1}{3}} - 25^{\frac{1}{2}}$ ;

б)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$ ;                      г)  $\left(1 - 2^{\frac{4}{3}}\right)\left(1 + 2^{\frac{4}{3}} + 2^{\frac{8}{3}}\right)$ .

2. Упростите выражения:

а)  $(\sqrt[5]{a^4})^{-1,25}$ ;                      б)  $a^{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt[8]{a^3}$ .

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = x^{-\frac{1}{3}} \text{ в точке } x = \frac{1}{8}.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x^4}, \quad x = 1, \quad x = 2, \quad y = 0.$$

5. Упростите выражение

$$\left(\frac{4}{b - 4b^{0,5}} - \frac{b^{1,5}}{b^2 - 16b}\right) \cdot \frac{b^{0,5}}{b^{0,5} + 4}.$$

**(Показательная и логарифмическая функции.  
Показательные уравнения и неравенства)****Вариант 1**

1. Постройте графики функций:

а)  $y = 0,4^x + 1$ ;      б)  $y = \log_2(x - 2)$ .

2. Решите уравнение

$$4^{x+3} + 4^x = 260.$$

3. Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} > \left(\frac{1}{16}\right)^x.$$

4. Вычислите  $\log_3 81\sqrt{3}$ .

---

5. Решите уравнение

$$\frac{2^x + 10}{4} = \frac{9}{2^{x-2}}.$$

---

6. Решите неравенство

$$36^x - 2 \cdot 18^x \geq 8 \cdot 9^x.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 11

(Показательная и логарифмическая функции.  
Показательные уравнения и неравенства)

## Вариант 2

1. Постройте графики функций:

а)  $y = 2^{x-3}$ ;

б)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 2$ .

2. Решите уравнение

$$5^{x+2} - 5^x = 120.$$

3. Решите неравенство

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{2x^2} < \left(\frac{9}{49}\right)^4.$$

4. Вычислите  $\log_2 16\sqrt[4]{2}$ .

---

5. Решите уравнение

$$3 \cdot 5^{2x-1} - 50 \cdot 5^{x-3} = 0,2.$$

---

---

6. Решите неравенство

$$9 \cdot 4^x + 8 \cdot 12^x \geq 36^x.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 11

(Показательная и логарифмическая функции.  
Показательные уравнения и неравенства)

## Вариант 3

1. Постройте графики функций:

а)  $y = 0,5^x - 1$ ;      б)  $y = \log_3(x + 3)$ .

2. Решите уравнение

$$3^{x+3} + 3^x = 84.$$

3. Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-6} < \left(\frac{1}{2}\right)^{10x}.$$

4. Вычислите  $\log_5 125\sqrt{5}$ .

---

5. Решите уравнение

$$\frac{3^x + 3}{4} = \frac{3}{3^{x-2}}.$$

---

6. Решите неравенство

$$20^x + 4 \cdot 10^x \geq 5 \cdot 5^x.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 11

(Показательная и логарифмическая функции.  
Показательные уравнения и неравенства)

## Вариант 4

1. Постройте графики функций:

а)  $y = 3^{x-4}$ ;      б)  $y = \log_{\frac{1}{3}} x + 3$ .

2. Решите уравнение

$$2^{x+5} - 2^x = 62.$$

3. Решите неравенство

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{3x^2-1} \geq \left(\frac{9}{25}\right)^{13}.$$

4. Вычислите  $\log_3 81\sqrt{3}$ .

5. Решите уравнение

$$8 \cdot 2^{2x-1} - 28 \cdot 2^{x-3} = 0,5.$$

6. Решите неравенство

$$9 \cdot 6^x + 8 \cdot 18^x > 54^x.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12

(Логарифмические уравнения и неравенства.  
Дифференцирование показательной  
и логарифмической функций)

## Вариант 1

1. Решите уравнения:

а)  $\log_{\frac{2}{3}} x - 2\log_{\frac{2}{3}} x = 3$ ;      б)  $\lg(x + 1,5) = -\lg x$ .

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{4}}(2x - 5) > -1.$$

3. Найдите точки экстремума функции  $y = x e^x$ .

---

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x - y) = 2, \\ 2^x \cdot 5^{x-2y} = 40. \end{cases}$$

---

---

5. Составьте уравнение той касательной к графику функции  $y = \ln 2x$ , которая проходит через начало координат.

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12

(Логарифмические уравнения и неравенства.)

Дифференцирование показательной  
и логарифмической функций)

## Вариант 2

1. Решите уравнения:

а)  $\log_7(x^2 - 9) - \log_7(9 - 2x) = 1;$

б)  $4 - \lg^2 x = 3 \lg x.$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(2 - 3x) < -2.$$

3. Найдите точки экстремума функции  $y = (2x - 1)e^x.$

---

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2(x + y) + 2\log_4(x - y) = 3, \\ 3^{2 + \log_3(2x - y)} = 45. \end{cases}$$

---

5. Составьте уравнение той касательной к графику функции  $y = \ln 3x$ , которая проходит через начало координат.



# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12

(Логарифмические уравнения и неравенства.)  
Дифференцирование показательной  
и логарифмической функций)

## Вариант 3

1. Решите уравнения:

а)  $\log_3^2 x - 10 \log_3 x + 21 = 0;$

б)  $\lg(x^2 - 2) = -\lg \frac{1}{x}.$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x + 1) > -2.$$

3. Найдите точки экстремума функции  $y = x^2 e^x.$

---

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x + y) = 2, \\ 3^x \cdot 7^y = 21. \end{cases}$$

---

5. Составьте уравнение той касательной к графику функции  $y = \ln \frac{x}{2}$ , которая проходит через начало координат.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12

(Логарифмические уравнения и неравенства.

Дифференцирование показательной  
и логарифмической функций)

### Вариант 4

1. Решите уравнения:

а)  $\log_4(x+1) + \log_4(x+1)^2 = 3;$

б)  $5 + \lg^2 x = -4 \lg x.$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < -2.$$

3. Найдите точки экстремума функции  $y = x \cdot e^{-x}.$

---

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2(x+y) + 2\log_4(x-y) = 5, \\ 3^{1+2\log_3(x-y)} = 48. \end{cases}$$

---

5. Составьте уравнение той касательной к графику функции  $y = \ln ex$ , которая проходит через начало координат.

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 13

(Уравнения и неравенства с одной переменной)

## Вариант 1

1. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{2x+3} + \sqrt{4-x} = \sqrt{3x+7}$ ;

б)  $2\sin^2 \frac{x}{2} + 5 \cos \frac{x}{2} = 4$ .

2. Решите неравенство

$$\log_2(3x-1) - \log_2(5x+1) < \log_2(x-1) - 2.$$

---

3. Решите неравенство

$$2x^2 \geq |x^2 - x| + 2.$$

---

4. Решите неравенство

$$(x^2 + 8x + 15) \log_{\frac{1}{2}} \left( 1 + \cos^2 \frac{\pi x}{4} \right) \geq 1.$$

---

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 13

(Уравнения и неравенства с одной переменной)

## Вариант 2

1. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{2x+9} + \sqrt{1-2x} = \sqrt{4-3x}$ ;

б)  $5\sin 2x - 1 = 2\cos^2 2x$ .

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x-4) - \log_{\frac{1}{2}}(3x+4) < \log_{\frac{1}{2}}(x-2) + 2.$$

---

3. Решите неравенство

$$3x^2 \geq |x^2 + 2x| + 12.$$

---

4. Решите неравенство

$$(10x - x^2 - 24) \log_5 \left( 4\sin^2 \frac{\pi x}{2} + 1 \right) \geq 1.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 13

(Уравнения и неравенства с одной переменной)

## Вариант 3

1. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{2x+1} = 2\sqrt{x} - \sqrt{x-3}$ ;

б)  $2\sin^2 3x + 5 \cos 3x + 1 = 0$ .

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x+1) - \log_{\frac{1}{3}}(25+2x) > 3 + \log_{\frac{1}{3}}(x+2).$$

---

3. Решите неравенство

$$3x^2 + |x^2 - 2x| \leq 12.$$

---

4. Решите неравенство

$$(12x - x^2 - 35) \lg \left( 9 + \cos^2 \frac{\pi x}{3} \right) \geq 1.$$

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 13

(Уравнения и неравенства с одной переменной)

## Вариант 4

1. Решите уравнения:

а)  $\sqrt{8x+1} - \sqrt{3+x} = \sqrt{3x-2}$ ;

б)  $4\left(\cos^2 \frac{x}{3} + \sin \frac{x}{3}\right) = 1$ .

2. Решите неравенство

$$\log_3(5-2x) - \log_3(25-x) > \log_3(x+5) - 2.$$

---

3. Решите неравенство

$$18 - 2x^2 \geq |x^2 + 3x|.$$

---

4. Решите неравенство

$$(x^2 + 6x + 8) \log_{\frac{1}{4}} \left( 3 + \sin^2 \frac{\pi x}{6} \right) \geq 1.$$

# Содержание

Предисловие .....	3
Поурочное планирование .....	5
<hr/>	
Контрольная работа № 1 .....	10
Контрольная работа № 2 .....	14
Контрольная работа № 3 .....	18
Контрольная работа № 4 .....	22
Контрольная работа № 5 .....	26
Контрольная работа № 6 .....	30
Контрольная работа № 7 .....	34
Контрольная работа № 8 .....	38
Контрольная работа № 9 .....	42
Контрольная работа № 10 .....	46
Контрольная работа № 11 .....	50
Контрольная работа № 12 .....	54
Контрольная работа № 13 .....	58